

# 物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.9

運動量と力積編  
ブツリヨキワメ

## 1

- (1) **25**[kg·m/s] (2) **6.0**[kg·m/s] (3)  **$mv$** [kg·m/s]

## 2

- (1) 北向きを正として,  $25 - 50 = -25$  より, **南向きに 25**[kg·m/s]  
(2) 南向きを正として,  $25 - (-50) = 75$  より, **南向きに 75**[kg·m/s]  
(3) ベクトルで考えると, 図のようになるので,



辺の比から考えて, **南西方向に** $50\sqrt{2} \rightarrow 71$ [kg·m/s]

- (4) (3) と同様に考えて, **南西方向に** $\sqrt{2}mv$ [kg·m/s]

## 3

- (1) 運動方程式 ( $ma = f$ ) より,

$$a = \frac{F}{m} \cdots ①$$

- (2) 加速度の定義は単位時間当たりに変化した速度である。ここでは,  $t$ [s]間で  $v' - v$ [m/s]変化しているので,

$$a = \frac{v' - v}{t} \cdots ②$$

- (3) ①と②が等しいことから,

$$\frac{f}{m} = \frac{v' - v}{t} \Leftrightarrow mv' - mv = ft$$

左辺が運動量の変化、右辺が力積を表している。

## 4

- (1) 運動量の変化と力積が等しいことから,

力積: **南向きに 25**[kg·m/s] ([Ns])

また, 力積が力と力が加わっていた時間との積で与えられることから,

力: **南向きに** $2.5 \times 10^2$ [N]

- (2) 同様に考えて,

力積: **南向きに 75**[kg·m/s] ([Ns])

力: **南向きに** $7.5 \times 10^2$ [N]

- (3) 同様に考えて,

力積: **南西向きに** $50\sqrt{2} \rightarrow 71$ [kg·m/s] ([Ns])

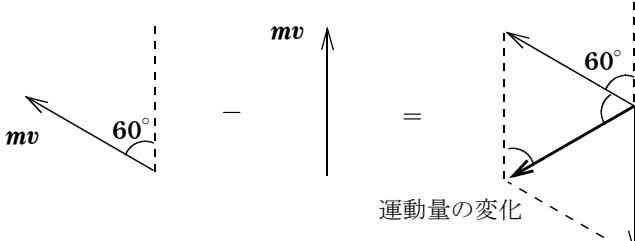
力: **南西向きに** $7.1 \times 10^2$ [N]

- (4) 同様に考えて,

力積: **南西向きに** $\sqrt{2}mv$ [kg·m/s] ([Ns])

力: **南西向きに** $10\sqrt{2}mv$ [N]

(5) 運動量の変化を求めるとき、図のようになるので、



辺の比より、

力積: 南から  $60^\circ$  の向きに  $mv$  [kg·m/s] ([Ns])

力: 南から  $60^\circ$  の向きに  $10mv$  [N]

## 5

- (1) 物体Aと物体Bが受ける力積はそれぞれの物体が受ける力と、その力を受けていた時間によって決まる。AがBから受ける力とBがAから受ける力は作用反作用の関係から、大きさが等しく向きが反対となる。したがって、物体Aが物体Bに与えた力積を  $I$  とすると、物体Bが物体Aに与えた力積は  $-I$  となる。したがって、運動量の変化が力積に等しいことから、物体Aに注目して、  
 $-I = mv' - mv \quad \dots \textcircled{1}$

- (2) 同様に、物体Bに注目して

$$I = MV' - MV \quad \dots \textcircled{2}$$

- (3) ①式と②式を足すことから、

$$0 = mv' - mv + (MV' - MV) \Leftrightarrow mv + MV = mv' + MV'$$

これより、運動量の和が一定になることが示された。

### □ ■ 物理的思考 ■ □

ここで証明から分かるように運動量が保存される場合は限られている。物体Aと物体Bはお互いが力を及ぼし合っており、2物体はこの力のみを受けて運動している。この時だけ力積の大きさが等しく向きが反対になるので、運動量が保存されている。したがって、運動量が保存されるのは、2物体がお互いに及ぼし合う力（これを内力と言う）のみで運動している時だけである。

## 6

運動量保存則より、東向きを正、求める速さを  $v$  として、

$$2.0 \times 4.0 + (-3.0 \times 4.0) = 2.0 \times v + 3.0 \times 2.0$$

$$\Leftrightarrow v = -5.0$$

したがって、西向きに  $5.0$  [m/s] となる。

## 7

### 【ポイント】

これまでの学習で学んできたように、物理で大事なことは垂直な方向に分けて別々に式を立てることである。運動量保存則についても同様に垂直な2方向に分解して考えていく。

- (1) 衝突後の速さの  $x$  成分を  $v_x$  として、 $x$  方向についての運動量保存則より、

$$mv + M(0) = (m+M)v_x \Leftrightarrow v_x = \frac{mv}{m+M}$$

- (2) 衝突後の速さの  $y$  成分を  $v_y$  として、 $y$  方向についての運動量保存則より、

$$m(0) + MV = (m+M)v_y \Leftrightarrow v_y = \frac{MV}{m+M}$$

(3) 三平方の定理より,

$$\sqrt{\left(\frac{mv}{m+M}\right)^2 + \left(\frac{MV}{m+M}\right)^2} = \frac{1}{m+M} \sqrt{m^2 v^2 + M^2 V^2}$$

(4) (1) と (2) の結果から、

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{MV}{mv}$$

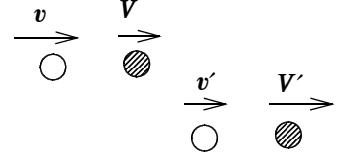
## 8

(1) 運動量保存則を立てると、

$$mv + MV = mv' + MV'$$

(2) はねかえりの式 ( $e = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$ ) を立てると、

$$e = \frac{V' - v}{v - V}$$



### □ ■ 物理的思考 ■ □

はねかえりの式について考えてみる。よく、 $e = \frac{\text{衝突後の相対速度}}{\text{衝突前の相対速度}}$  というよう

に表されているが、この式が表す意味は何なのだろうか。はねかえり係数はねねかえりやすさを表している。床に速さ 10 [m/s] で衝突した物体が、直後に速さ 5 [m/s] になったとすると、はねかえりやすさは 0.5 であり、これがはねかえり係数となっている。したがって、はねかえりの式を、 $e = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$  と考

えてよい。

## 9

(1) 衝突後の物体 A の速さを衝突前と同じ向きに  $v'$ 、衝突後の物体 B の速さを衝突前の物体 A の速度と同じ向きに  $V'$  とする。運動量保存則より、

$$mv = mv' + MV' \cdots ①$$

はねかえりの式 ( $e = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$ ) より、

$$e = \frac{V' - v}{v} \Leftrightarrow ev = V' - v' \cdots ②$$

①式と②式を連立させて解くと、

$$v' = \frac{(m - eM)}{m + M} v, \quad V' = \frac{(1 + e)m}{m + M} v$$

(2) 衝突後の物体 A の速さを衝突前と同じ向きに設定しているので、はねかえるためには  $v' < 0$  であればよい。したがって、

$$m - eM < 0 \Leftrightarrow e > \frac{m}{M}$$

(3) (1) の結果より、力学的エネルギーの変化量は、

$$\left(\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2\right) - \frac{1}{2}mv^2 = -(1 - e^2) \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} v^2$$

したがって、 $(1 - e^2) \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} v^2$  のエネルギーが減少した。このエネルギーは衝突時の音や熱などに使われたと考えられる。

- (4) 完全弾性衝突なので  $e=1$ 、および、題意から  $m=M$  なので、(1)より、  
 $\mathbf{v}'=0, \mathbf{V}'=0$

この結果より、衝突前と衝突後で2物体の速度が入れ替わっていることが分かる。このような速度交換は、「完全弾性衝突で同質量」の条件で起こる。

【ポイント】

慣れない人にとっては衝突後の物体の速度の向きを考えることが難しい。しかし、これを考える必要はない。衝突後の速度の向きを自分で設定し、式を立て、計算の結果、負の値であれば向きが反対だったというだけである。なので、向きの設定で迷う必要は一切ない。

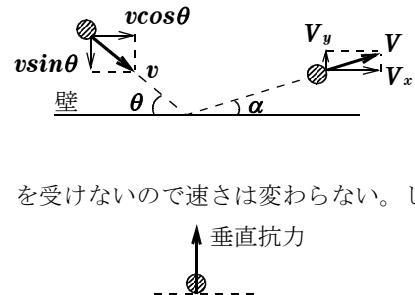
## 10

- (1) 壁に対して垂直な方向は小球がはねかえっているので、はねかえりの式 ( $e = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$ ) より、

$$e = \frac{V_y}{v \sin \theta} \Leftrightarrow V_y = e v \sin \theta$$

壁に対して平行な方向については、壁からこの方向に力（摩擦力）を受けないので速さは変わらない。したがって、

$$V_x = v \cos \theta$$



- (2) 三平方の定理より、

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = v \sqrt{\cos^2 \theta + e^2 \sin^2 \theta}$$

- (3) 図より、

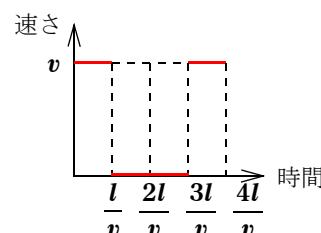
$$\tan \alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{e v \sin \theta}{v \cos \theta} = e \tan \theta$$

## 11

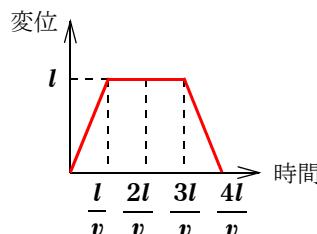
- (1) 同質量、弾性衝突なので速度交換する。このことを用いると、物体Aは物体Bと衝突後に静止し、物体Bは速さ  $v$  で動き出す。その後、物体Bは壁にあたりはね返り、物体Aに衝突し静止する。物体Bに衝突された物体Aは速さ  $v$  で動き出す。その後、物体Aは壁にあたりはね返り、物体Bに再び衝突する。この運動を繰り返すことが分かる。これらの運動は一定の速さ  $v$  で行われているので、物体Aが元の位置に戻るまでの時間は、

$$\frac{4l}{v}$$

- (2) 速さ  $v$  と静止の運動を繰り返していることから、

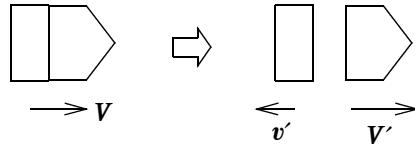


- (3) 運動方向が変わることに注意して、



## 12

分裂直後におけるロケットの前方部の地上から見た速さを図のように  $\mathbf{V}$ , 後方部の地上から見た速さを  $\mathbf{v}'$  とする。



運動量保存則を立てると,

$$3mV = -mv' + 2mV'$$

相対速度の関係式より,

$$v = v' - (-V')$$

以上 2 式より,  $V = V + \frac{1}{3}v$  と求まる。

## 13

(1)  $(S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2)$  より, 求める時間を  $t$  として,

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(2)  $(v^2 - v_0^2 = 2aS)$  より, 求める速さを  $v$  として,

$$v^2 = 2gh \Leftrightarrow v = \sqrt{2gh}$$

(3) () より, 衝突直後の速さを  $v'$  として,

$$e = \frac{v'}{\sqrt{2gh}} \Leftrightarrow v' = e \sqrt{2gh}$$

(4)  $(v^2 - v_0^2 = 2aS)$  より, はね返った後の最高点を  $h'$  として,

$$0^2 - (e \sqrt{2gh})^2 = 2(-g)h' \Leftrightarrow h' = e^2 h$$

(5)  $(S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2)$  より, 1回目に床に衝突してから2回目に床に衝突するまでの時間を  $t'$  として,

$$0 = e \sqrt{2gh} t' + \frac{1}{2} (-g) t'^2 \Leftrightarrow t' = 0, 2e \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

したがって, 2回目に床に衝突する時刻は,

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} (1+2e)$$

(6) はねかえりの式  $(e = \frac{\text{衝突後の速さ}}{\text{衝突前の近づく速さ}})$  より, 衝突直後の速さを  $v''$  として, 運動の対称性から衝突前の速さは  $v'$  なので,

$$e = \frac{v''}{v'} \Leftrightarrow v'' = ev' = e^2 \sqrt{2gh}$$

(※この式から, 衝突直後の速さは衝突直前の速さの  $e^2$  倍になっていることが分かる。…①)

$(v^2 - v_0^2 = 2aS)$  より, はね返った後の最高点を  $h''$  として,

$$0^2 - (e^2 \sqrt{2gh})^2 = 2(-g)h'' \Leftrightarrow h'' = e^4 h$$

(※この式から, 2回目衝突後の最高点は1回目衝突後の最高点の  $e^2$  倍になっていることが分かる。…②)

(7)  $(S=v_0 t + \frac{1}{2} a t^2)$  より、1回目に床に衝突してから2回目に床に衝突するまでの時間を  $t'$  として、

$$0 = e^2 \sqrt{2gh} t' + \frac{1}{2} (-g) t'^2 \Leftrightarrow t' = 0, 2e^2 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(※この式から、2回目衝突から3回目衝突までの時間は1回目衝突から2回目衝突までの時間の  $e$  倍になっていることが分かる。…③) したがって、2回目に床に衝突する時刻は、

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e^2 \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} (1+2e+2e^2)$$

(8) 考え方②より、 $e^6 h$

(9) 考え方③より、

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} (1+2e+2e^2+\dots+2e^{n-1}) = \sqrt{\frac{2h}{g}} (1+2 \sum_{i=1}^{n-1} e^i) = \sqrt{\frac{2h}{g}} \left(1 + \frac{2e(1-e^{n-1})}{1-e}\right)$$

(10) 考え方②より、 $e^{2n} h$

(11)  $n$  が無限大で、床の衝突間隔が  $0$  に収束するので、(9) より、

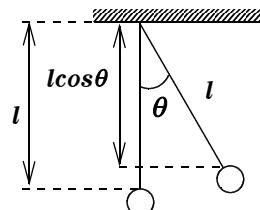
$$\sqrt{\frac{2h}{g}} \left(1 + \frac{2e(1-e^{n-1})}{1-e}\right) \rightarrow \sqrt{\frac{2h}{g}} \left(1 + \frac{2e}{1-e}\right) = \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

## 14

(1) 衝突後のおもりと弾丸の速さを  $V$  として、運動量保存則を立てると、

$$mv = (m+M)V \Leftrightarrow V = \frac{mv}{m+M}$$

(2) 右図より、基準点からの高さが  $l(1-\cos\theta)$  となっているので、  
 $(m+M)gl(1-\cos\theta)$



(3) 最高点で速さが  $0$  になることと、力学的エネルギー保存則 ( $K+U=一定$ ) より、

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2 + 0 = \frac{1}{2}(m+M)(0)^2 + (m+M)gl(1-\cos\theta) \Leftrightarrow V = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$$

※衝突の前後では、弾性衝突で無い限り力学的エネルギーは減少するので、力学的エネルギーが保存されるのは衝突後のみとなる。したがって、ここで用いる運動エネルギーは  $\frac{1}{2}mv^2$  とはならない。

(4) (1) と (3) が等しいことから、

$$\frac{mv}{m+M} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} \Leftrightarrow v = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$$

## 15

(1) 衝突後の板と物体の速度を、衝突前の物体の運動方向と同じ向きにそれぞれ  $v'$ ,  $V'$  とする。運動量保存則を立てると、

$$mv = mv' + MV' \dots ①$$

(2) はねかえりの式 ( $e = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$ ) より、

$$e = \frac{V' - v'}{v}$$

(3) (2) で求めた式を変形して、

$$V' - v' = ev \dots ②$$

①, ②式を連立方程式で解くと、

$$v' = \frac{(m-eM)}{m+M} v \text{ (物体) , } V = \frac{(1+e)m}{m+M} v \text{ (板)}$$

(4) 物体の速度は図の左向きで設定しているので、はねかえるためには、 $v' < 0$  であればよい。したがって、  
 $\frac{m-eM}{m+M} v < 0 \Leftrightarrow e > \frac{m}{M}$

(5) ばねが最大に縮んだ時 (縮み  $r$ ) に板の速さが  $0$  になることと、板について、力学的エネルギー保存則 ( $K+U=\text{一定}$ ) より、

$$\frac{1}{2} M \left( \frac{(1+e)mv}{m+M} \right)^2 + \frac{1}{2} k(0)^2 = \frac{1}{2} M(0)^2 + \frac{1}{2} kr^2 \Leftrightarrow r = \frac{(1+e)mv}{m+M} \sqrt{\frac{M}{k}}$$

※衝突前後で力学的エネルギーは減少するので、衝突後でしか力学的エネルギーが保存されていないことに注意したい。

(6) (3)の結果より、 $V=0$  となればいいので、

$$\frac{m-eM}{m+M} v = 0 \Leftrightarrow e = \frac{m}{M}$$

## 16

(1) ( $f=\mu N$ ) より、 $\mu mg$

(2) 運動方程式 ( $ma=f$ ) より、

物体A :  $Ma=\mu mg$

物体B :  $mb=-\mu mg$

(3) (2)で求めた2式を計算して、

$$a = \frac{\mu m}{M} g, b = -\mu g$$

(4) 物体Bが物体A上で静止するということは、物体Aと物体Bが同じ速さになることなので、そのときの速さを  $V$  として、運動量保存則より、

$$mv = (m+M)V \Leftrightarrow V = \frac{mv}{m+M}$$

(5) 物体Bについて、求める時間を  $t$  として、( $v=v_0+at$ ) より、

$$v + (-\mu g)t = \frac{mv}{m+M} \Leftrightarrow t = \frac{Mv}{\mu(m+M)g}$$

(6) 物体Bが物体Aから落ちないためには、物体Bの変位と物体Aの変位の差が物体Aの長さ  $l$  を越えなければよりので、( $S=v_0t + \frac{1}{2}at^2$ ) より、

$$vt + \frac{1}{2}bt^2 - \frac{1}{2}at^2 < l \Leftrightarrow \left( v - \frac{1}{2} \frac{\mu(m+M)g}{M} \right) \frac{Mv}{\mu(m+M)g} < l \\ \Leftrightarrow v < \sqrt{\frac{2\mu(m+M)gl}{M}}$$

□ ■ 物理的思考 ■ □

(6)は相対運動を使っても解答することができる。物体Aから見た物体Bの相対運動を考えると、初速度は  $v$ 、加速度は  $b-a$  となる。 $(S=v_0t + \frac{1}{2}at^2)$  より、(5)

で求めた時間での物体Bから見た物体Aの移動距離は、 $vt + \frac{1}{2}(b-a)t^2$  となる。この値が  $l$  を越えるか越えないかで、物体Bが物体Aから落ちる落ちないかが分かる。

## 17

- (1) 初速度の水平成分と鉛直成分をそれぞれ  $v_1, v_2$  とし, 壁に衝突する時刻を  $t$  とする。壁に垂直に衝突することから, このとき, 速さの鉛直成分 0 と分かる。 $(v=v_0+at)$  より,  
 $0=v_2+(9.8)t \Leftrightarrow v_2=9.8t \cdots ①$

また, それぞれの方向について,  $(S=v_0t+\frac{1}{2}at^2)$  より,

水平:  $39.2=v_1t \cdots ②$

鉛直:  $19.6=v_2t+\frac{1}{2}(-9.8) \times t^2 \cdots ③$

①～③式を用いて計算すると,

$$t=2.0[\text{s}] (v_1=19.6, v_2=19.6)$$

- (2) 初速度と水平方向とのなす角が  $\theta$  なので,

$$\tan\theta = \frac{19.6}{19.6} = 1.0$$

- (3) 三平方の定理, または, 辺の比より,

$$19.6 \times \sqrt{2} \rightarrow 2.8 \times 10 [\text{m/s}]$$

- (4) はね返った直後の速度の水平成分を  $v_2'$  とすると, はねかえりの式  $(e=\frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}})$  より,

$$0.25 = \frac{v_2'}{v_2} \Leftrightarrow v_2' = \frac{v_2}{4}$$

運動量の変化が力積に等しいことから, 小球が受けた力積は, 左向きを正として,

$$8.0 \times \frac{v_2}{4} - (-8.0 \times v_2) = 196 \rightarrow 2.0 \times 10^2 [\text{Ns}]$$

- (5) 鉛直方向の運動の対称性から, 投げてから壁にぶつかるまでと壁にぶつかってから地面に着地するまでの時間は等しいので, 水平方向について,  $(S=v_0t+\frac{1}{2}at^2)$  より,

$$v_2' \times 2.0 = 9.8 [\text{m}]$$

## 18

- (1) 水平方向について,  $(S=v_0t+\frac{1}{2}at^2)$  より,

$$\text{水平: } 3H = v \cos 45 t = \frac{vt}{\sqrt{2}} \cdots ①$$

- (2) 鉛直方向について,  $(S=v_0t+\frac{1}{2}at^2)$  より,

$$\text{鉛直: } -H = v \sin 45 t + \frac{1}{2}(-g)t^2 = \frac{vt}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow H = -\frac{vt}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}gt^2 \cdots ②$$

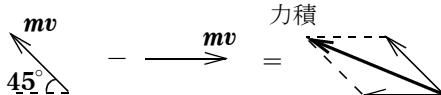
- (3) ②式の右辺第1項に①式を代入して,

$$-H = 3H - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = 2\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

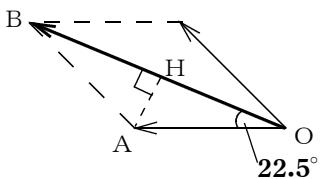
これを①式に代入して,

$$v = \frac{3\sqrt{2}H}{t} = \frac{3}{2}\sqrt{gH}$$

(4) 運動量の変化が力積に等しいことから,



図の力積の矢印(太矢印)の長さを求めれば答えとなるが、今までみたいに辺の比や三平方の定理では計算できない。そこで、下図のように、補助線を引いて考えてみよう。



$\triangle OAB$ は二等辺三角形なので、頂点Aから辺OBに下ろした垂線の足Hは辺OBを二等分している。  
 $\triangle OAH$ より、

$$\overline{OH} = \overline{OA} \cos 22.5^\circ = mv \cos \left( \frac{45}{2} \right)^\circ = mv \sqrt{\frac{1+\cos 45^\circ}{2}} = mv \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}}$$

(※数学公式  $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2}$  を利用した。)

$$\overline{OB} = 2 \overline{OH} = \sqrt{2+\sqrt{2}} \, mv$$

【ポイント】

数学の知識が必要になるが、余弦定理 ( $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ) を用いて解くことも可能である。

$$\begin{aligned} \overline{OB}^2 &= \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \overline{OA} \overline{AB} \\ \Leftrightarrow \overline{OB} &= mv \sqrt{2 - 2 \cos 135^\circ} = \sqrt{2+\sqrt{2}} \, mv \end{aligned}$$

## 19

(1) 物体に働く力は重力と垂直抗力で、斜面方向の力の成分は  $mg \sin \theta$  なので、運動方程式より、  
 $ma = mg \sin \theta \Leftrightarrow a = g \sin \theta$

(2) ( $v^2 - v_0^2 = 2aS$ ) より、求める速さを  $v$  として、

$$v^2 = 2g \sin \theta \cdot l \Leftrightarrow v = \sqrt{2g l \sin \theta}$$

(3) 水平方向に働く力は無いので、0。

(4) 加速度が無いので、(2)で求めた速さ  $\sqrt{2g l \sin \theta}$  で壁に衝突する。

(5) 求める速さを  $v'$  とすると、はねかえりの式 ( $e = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$ ) より、

$$e = \frac{v'}{v} \Leftrightarrow v' = ev = e \sqrt{2g l \sin \theta}$$

(6) 物体が最高点まで滑り上がったときに速さが0となることから、斜面を滑り上がった距離を  $l'$  として、力学的エネルギー保存則 ( $K+U=\text{一定}$ ) より、

$$\frac{1}{2}m(e \sqrt{mg l \sin \theta})^2 = mgl' \sin \theta \Leftrightarrow l' = e^2 l$$

(7) 壁に衝突する寸前の物体と台の速度（右向き）をそれぞれ  $v_1$ ,  $V_1$  とする。運動量保存則より,

$$m(0)+M(0)=mv_1+MV_1 \cdots ①$$

力学的エネルギー保存則 ( $K+U=$ 一定) より,

$$mglsin\theta = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^2 \cdots ②$$

①式と②式を計算することで,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Mglsin\theta}{m+M}}, \quad V_1 = -\frac{m}{M} \sqrt{\frac{2Mglsin\theta}{m+M}}$$

(8) 壁に衝突した直後の物体と台の速度（右向き）をそれぞれ  $v_2$ ,  $V_2$  とする。運動量保存則より,

$$0=mv_2+MV_2 \cdots ③$$

はねかえりの式 ( $e=\frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$ ) より,

$$e = \frac{V_2 - v_2}{v_1 - V_1} \Leftrightarrow V_2 - v_2 = e(v_1 - V_1) \cdots ④$$

③式と④式を連立方程式で解くと,

$$v_2 = -\frac{eM(v_1 - V_1)}{m+M} = -e \sqrt{\frac{2Mglsin\theta}{m+M}}, \quad V_2 = \frac{em(v_1 - V_1)}{m+M} = \frac{em}{M} \sqrt{\frac{2Mglsin\theta}{m+M}}$$

(9) 物体が斜面AB上を滑り上がり最高点に到達したとき, 台から見た物体の速度が  $0$  となる。したがって, 物体と台の速度が等しい時が, 物体が斜面AB上の最高点に到達したときである。このときの速度を  $V$  とすると, 運動量保存則より,

$$0=mV+MV \Leftrightarrow V=0$$

また, 衝突直後と物体が斜面AB上の最高点に到達したときについて, 求める距離を  $l'$  として, 力学的エネルギー保存則 ( $K+U=$ 一定) より,

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 = mgl'sin\theta \Leftrightarrow l' = e^2 l$$