

物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.15

分子運動論編

ブツリヨキワメヨ

1

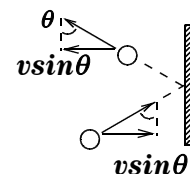
- (1) 運動量の変化が力積に等しいことから、

$$mv - (-mv) = 2mv \text{ [Ns]}$$

※左向きを正として計算している。

- (2) 壁に衝突する方向の運動量の変化が力積に等しくなることから、

$$mv \sin \theta - (-mv \sin \theta) = 2mv \sin \theta$$



2

- (1) 運動量の変化が力積に等しいことから、

$$mv - (-mv) = 2mv \text{ [Ns]}$$

※左向きを正として計算している。

- (2) 速さ v で距離 l を往復するので、距離を速さで割ることから、

$$\frac{2l}{v} \text{ [s]}$$

- (3) $\frac{2l}{v}$ [s] で壁に 1 回衝突するので、単位時間 (1[s]) 当たりでは、

$$\frac{v}{2l}$$

- (4) (1) で求めた力積と (3) で求めた単位時間当たりの衝突回数を掛けると、

$$\frac{mv^2}{l}$$

これは単位時間での力積となるので、この場合の力積は力と等しくなる。したがって、気体粒子が面 A におよぼす力は $\frac{mv^2}{l}$ [N] となる。

- (5) 力を面積で割ることから、

$$\frac{mv^2}{lS} \text{ [Pa]}$$

3

- (1) 1 辺が l の立方体なので、

$$l^3$$

- (2) 状態方程式 ($PV = nRT$) より、

$$Pl^3 = nRT$$

- (3) 気体分子 1[mol] は N_A 個の集まりなので、

$$N = nN_A$$

- (4) (2) と (3) で求めた式より、

$$Pl^3 = \frac{N}{N_A} RT \Leftrightarrow Pl^3 = kNT$$

4

- (1) 運動量の変化が力積に等しいことから、

$$mv_x - (-mv_x) = 2mv_x [\text{Ns}]$$

※ $-x$ 方向を正として計算している。

- (2) 速さ v_x で距離 l を往復するので、距離を速さで割ることから、

$$\frac{2l}{v_x} [\text{s}]$$

- (3) $\frac{2l}{v_x} [\text{s}]$ で壁に 1 回衝突するので、単位時間 (1[s]) 当たりでは、

$$\frac{v_x}{2l}$$

- (4) (1) で求めた力積と (3) で求めた単位時間当たりの衝突回数を掛けると、

$$\frac{mv_x^2}{l}$$

これは単位時間での力積となるので、この場合の力積は力と等しくなる。したがって、気体粒子が面 A におよぼす力は $\frac{mv_x^2}{l} [\text{N}]$ となる。

- (5) 力を面積で割ることから、

$$\frac{mv_x^2}{l^3} [\text{Pa}]$$

- (6) $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ および $\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}$ より、
 $3\overline{v_x^2} = \overline{v^2}$

- (7) 気体分子 N_A 個の集まりが 1[mol] なので気体分子の総数は nN_A 個となる。

- (8) 気体分子 1 個が壁 A に及ぼす力は平均で考えると (4) より、

$$\frac{m\overline{v_x^2}}{l}$$

となる。これを、(6) で求めた式を用いて変形すると、

$$\frac{m\overline{v^2}}{3l}$$

となる。したがって、総数は nN_A 個の全気体分子が及ぼす力は、

$$\frac{nN_A m\overline{v^2}}{3l}$$

- (9) 力を面積で割ることから、

$$\frac{nN_A m\overline{v^2}}{3l^3} (=P)$$

- (10) $\frac{1}{2} m\overline{v^2}$

- (11) (9) で求めた式を変形すると、

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} \times nN_A = \frac{3}{2} Pl^3 = \frac{3}{2} PV$$

- (12) 状態方程式より、

$$PV = nRT$$

- (13) (11) と (12) で求めた式より、

$$(11) = \frac{3}{2} nRT$$

□ ■ 物理的思考 ■ □

気体の内部エネルギーとは気体分子が持つ力学的エネルギーのことを言う。運動エネルギーの他にも分子間力による位置エネルギーや分子の回転によるエネルギーも考えられる。ただ、単原子分子理想気体では大きさや分子間力を無視するので回転によるエネルギーや分子間力による位置エネルギーも考えなくてよい。このときは、 $U = \frac{3}{2}nRT$ が利用できる。逆に、単原子分子理想気体でなければ、 $U = \frac{3}{2}nRT$ は利用できない。

5

(1) $\frac{3}{2}nRT$

(2) 気体分子 N_A 個の集まりが $1[\text{mol}]$ なので気体分子の総数は nN_A 個となる。

(3) 気体分子 nN_A 個で(1)のエネルギーなので、気体分子 1 個当たりでは、

$$\frac{3}{2}nRT \div nN_A = \frac{3RT}{2N_A}$$

(4) (3)は気体分子 1 個のエネルギーなので $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ とも表せる。したがって、

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3RT}{2N_A} \Leftrightarrow \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{M \times 10^{-3}}}$$

※分子量は気体分子 $1[\text{mol}]$ の質量で単位は $[\text{g}]$ を用いて表す。物理では質量の単位は $[\text{kg}]$ を用いて表すので、答えでは 10^{-3} がついている。

(5) (4)と同様に考えると二乗平均速度は、

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{5RT}{2N_A} \Leftrightarrow \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{5RT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{5RT}{M \times 10^{-3}}}$$

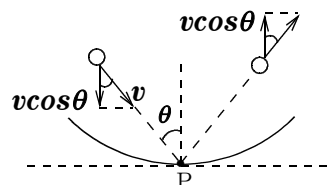
と表せる。酸素分子の分子量 (32) は水素分子の分子量 (2) の 16 倍になっているので、(4)で得られた式の分子量 M が分母、かつ、平方根の中にあることから $\frac{1}{4}$ 倍となる。

6

- (1) 運動量の変化が力積に等しいことから、

$$mv\cos\theta - (-mv\cos\theta) = 2mv\cos\theta \quad [\text{Ns}]$$

※ P→O 方向を正として計算している。



- (2) △PQO が二等辺三角形になっており、頂点 O から辺 PQ に下ろした垂線の足を H とすると、

$$PH = QH = r\cos\theta$$

したがって、

$$PQ = PH + QH = 2r\cos\theta$$

- (3) 距離を速さで割ることから、

$$\frac{2r\cos\theta}{v}$$

- (4) (3) で求めた時間をかけて 1 回衝突するので、単位時間 (1[s]) 当たりでは、

$$\frac{v}{2r\cos\theta}$$

- (5) 球面が単位時間当たりを受ける力積は、1 回の衝突で受ける力積と単位時間当たりの衝突回数 (4) で求めた答え) から与えられるので、

$$2mv\cos\theta \times \frac{v}{2r\cos\theta} = \frac{mv^2}{r}$$

- (6) (5) は球面が受ける力に等しく、また、力を面積で割ることから、

$$\frac{mv^2}{r} \div 4\pi r^2 = \frac{mv^2}{4\pi r^3}$$

- (7) 気体分子 N_A 個の集まりが 1[mol] なので気体分子の総数は nN_A 個となる。したがって、球内の全気体分子から球面が受ける全圧力は、(6) で求めた圧力の nN_A 倍となる。

- (8) 球の体積が $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ と表せることから、

$$P = nN_A \times \frac{mv^2}{4\pi r^3} = \frac{nN_A mv^2}{3V}$$

- (9) 気体の内部エネルギーは気体分子が持つ運動エネルギーの和なので、

$$\frac{1}{2}mv^2 \times nN_A = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$$