物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

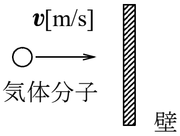
No.15
分子運動論編
ブツリヨキワメヨ

１．気体の圧力と内部エネルギー　　２．二乗平均速度とエネルギー等分配の法則

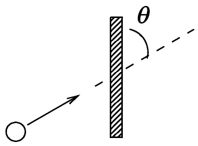
1

次の文章を読み，各問いに答えよ。

質量 $\boldsymbol{m}$[kg]の気体分子が速さ $\boldsymbol{v}$[m/s]で運動している。（図１），（図２）で気体分子が１回衝突することで壁が受ける力積の大きさを求めよ。ただし，気体分子と壁の衝突は弾性的であるとする。



（図１）



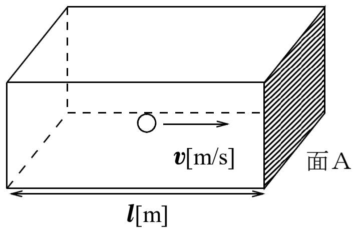
（図２）

2

次の文章を読み，各問いに答えよ。

図のような断面積 $\boldsymbol{S}$[m^2]，高さ $\boldsymbol{l}$[m]の直方体の容器内に気体が入っている。この気体中の粒子１つの運動に注目する。質量 $\boldsymbol{m}$[kg]のこの粒子は図の向き（面Ａに垂直）に速さ $\boldsymbol{v}$[m/s]で運動している。ただし，気体粒子と壁の衝突は弾性的であるとする。

(1)　気体粒子が面Ａとの衝突で及ぼす力積の大きさを求めよ。
(2)　面Ａとの衝突してから再び同じ面に衝突するまでの時間を求めよ。
(3)　気体粒子は壁Ａに単位時間当たり何回衝突するか。
(4)　気体粒子が面Ａに及ぼす力の大きさを求めよ。
(5)　(4)から，面Ａに働く圧力を求めよ。



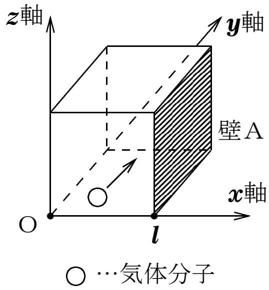
3

次の文章を読み，各問いに答えよ。

１辺が $\boldsymbol{l}$[m]の立方体があり，この中に質量 $\boldsymbol{m}$[kg]の気体分子が $\boldsymbol{n}$[mol]入っており，圧力と温度は $\boldsymbol{P}$[Pa]，$\boldsymbol{T}$[K]となっている。ただし，気体粒子と壁の衝突は弾性的であり，気体定数を $\boldsymbol{R}$[J/mol·K]，アボガドロ数を $\boldsymbol{N_A}$ とする。

(1)　気体が占める体積を求めよ。
(2)　状態方程式を立てよ。
(3)　気体分子の総数 $\boldsymbol{N}$ を求めよ。
(4)　ボルツマン定数 $\boldsymbol{k} = \dfrac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{N_A}}$，$\boldsymbol{N}$ を用いて(2)を表し直せ。

4　次の文章を読み，空欄に適切な式を入れよ。ただし，気体定数を $\boldsymbol{R}$[J/mol･K]とする。



１辺 $\boldsymbol{l}$[m]の立方体があり，この中に質量 $\boldsymbol{m}$[kg]の気体分子が $\boldsymbol{n}$[mol]入っている。$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{z}$ 軸を図のようにとり，ある分子に注目すると速さは $\boldsymbol{v}$[m/s]で，$\boldsymbol{x}$ 成分は $\boldsymbol{v_x}$ である。$\boldsymbol{x=l}$ 上の壁A（図の斜線が入った部分）にこの分子が１回の弾性衝突で与える力積は（　１　）[kg・m/s]となる。同じ分子が再び壁Aに衝突するのは，この衝突から（　２　）[s]後であるので単位時間当たりに（　３　）回衝突する。従って，壁Aが受ける力積は単位時間当たり（　４　）[N・s]となる。これが壁Aに働く力となる。これより，この分子が壁Aに与える圧力は（　５　）[Pa]と求まる。

次に，立方体中の全ての分子が及ぼす圧力 $\boldsymbol{P}$[Pa]を考える。分子はそれぞれ異なる速さを持つので，速さの２乗の平均を $\overline{\boldsymbol{v}^2}$[m/s]とし，この $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{z}$ 分をそれぞれ $\overline{\boldsymbol{v_x}^2}$，$\overline{\boldsymbol{v_y}^2}$，$\overline{\boldsymbol{v_z}^2}$ とする。$\overline{\boldsymbol{v_x}^2}=\overline{\boldsymbol{v_y}^2}=\overline{\boldsymbol{v_z}^2}$，$\overline{\boldsymbol{v_x}^2}+\overline{\boldsymbol{v_y}^2}+\overline{\boldsymbol{v_z}^2}=\overline{\boldsymbol{v}^2}$ より，$\overline{\boldsymbol{v}^2}=$（　６　）$\times\overline{\boldsymbol{v_x}^2}$ となる。また，アボガドロ数 $\boldsymbol{N_A}$ を用いると，気体分子の総数は（　７　）なので，全分子が壁Aに及ぼす力は（　８　）と求まる。これより，壁Aが受ける圧力 $\boldsymbol{P}$ は（　９　）[Pa]と求まる。

立方体中の気体分子が持つ全エネルギーを調べよう。気体分子１個がもつ運動エネルギーは $\overline{\boldsymbol{v}^2}$ を用いて（　10　）なので，立方体内の全分子が持つ運動エネルギーは，立方体の体積 $\boldsymbol{V}$[m^3]を用いると（　11　）とも表せる。また，理想気体の状態方程式から，気体の温度を $\boldsymbol{T}$[K]とすると，$\boldsymbol{PV}=$（　12　）となるので，気体分子が持つ全エネルギーは（　13　）[J]と求まる。これが気体の内部エネルギーである。

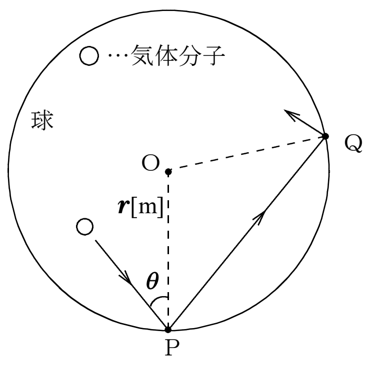
5　次の文章を読み，各問いに答えよ。

体積 $\boldsymbol{V}$[m^3]の容器の中に圧力 $\boldsymbol{P}$[Pa]，温度 $\boldsymbol{T}$[K]の単原子分子気体 $\boldsymbol{n}$[mol]が入っている。この気体の内部エネルギー $\boldsymbol{U}$[J]と分子の総数 $\boldsymbol{N}$ から気体分子１個当たりのエネルギー $\boldsymbol{\varepsilon}$ が導出できる。ただし，気体定数を $\boldsymbol{R}$[J/mol･K]，アボガドロ数を $\boldsymbol{N_A}$ とする。また，酸素，水素原子の原子量はそれぞれ **16**，**1** である。

(1)　$\boldsymbol{U}$ を求めよ。{$\boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{T}$}
(2)　$\boldsymbol{N}$ を求めよ。{$\boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{N_A}$}
(3)　$\boldsymbol{\varepsilon}$ を求めよ。{$\boldsymbol{N_A}$，$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{T}$}
(4)　気体分子の分子量を $\boldsymbol{M}$ として，自乗平均速度 $\sqrt{\overline{\boldsymbol{v}^2}}$ を求めよ。
(5)　同じ温度で，酸素分子の自乗平均速度は水素分子の何倍か。ただし，酸素分子，水素分子ともに理想気体として扱い，２原子分子理想気体の内部エネルギーが $\dfrac{\boldsymbol{5}}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{nRT}$ で与えられることを用いて考えること。

【チャレンジ問題】

6　次の文章を読み，各問いに答えよ。ただし，気体定数を $\boldsymbol{R}$[J/mol･K]，アボガドロ数を $\boldsymbol{N_A}$ とする。



半径 $\boldsymbol{r}$[m]の球があり，この中に質量 $\boldsymbol{m}$[kg]の単原子分子理想気体の気体分子が $\boldsymbol{n}$[mol]入っている。この球の中心Oを通る断面で切った円が図に描かれている。この平面内で気体分子の速さ $\boldsymbol{v}$[m/s]で図中の点Pに弾性衝突する，点Pの衝突直前の速度方向とOPのなす角度を $\boldsymbol{\theta}$ とするとで点Pでの衝突で面に与える力積は（　１　）[kg・m/s]となる。次の衝突点をQと すると，PQ＝（　２　）[m]となることから，同じ分子が再び面に衝突するのは，この衝突から（　３　）[s]後である。これより，単位時間当たりに（　４　）回衝突する。従って，面が受ける力積は単位時間当たり（　５　）[N・s]となる。これが面に働く力となるので，この気体分子１つが球面に及ぼす圧力は（　６　）[Pa]と求まる。　球内の全気体分子から球面が受ける全圧力 $\boldsymbol{P}$ は（　７　）×（　６　）となる。ここで，球の体積を $\boldsymbol{V}$[m^3]とすると，$\boldsymbol{P}$＝（　８　）[Pa]…（A）と式変形できる。気体の温度を $\boldsymbol{T}$[K]とすると，（A）式と状態方程式から，気体の内部エネルギーが（　９　）[J]と求まる。