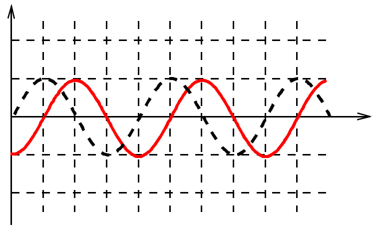
物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.18
波動編
ブツリヨキワメヨ

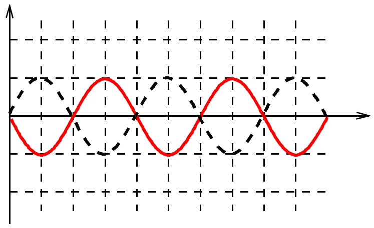
1

波源にある媒質が上下に１回振動すると，波が１つできる。媒質が１回振動するのにかかる時間が周期なので，１周期で波１つ，半周期で波半分，４分の１周期で波４分の１個分右に進む。

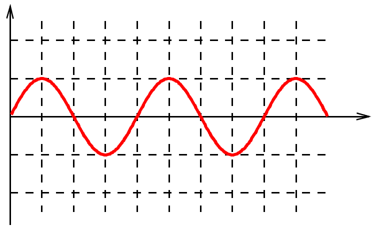
(1)



(2)



(3)



2

(1)　周期は波が１個できるのにかかる時間なので 1 個となる。

(2)　周期 T[s]で波１つ分の λ[m]進むので，距離を時間で割ることから，$\dfrac{\lambda}{T}$ となる。

(3)　周期 T は１回振動するのにかかる時間で，振動数 f は単位時間当たりに振動する回数となっているので，

T[s]:1[回]=1[s]:f[回]⇔$T=f^{-1}$

※周期と振動数は逆数の関係になっている。

これと(3)で求めた式より，

$$v=\frac{\lambda}{T}=f\lambda$$

これを波の基本式と言う。

3

(1)　5[m]

(2)　8[m]

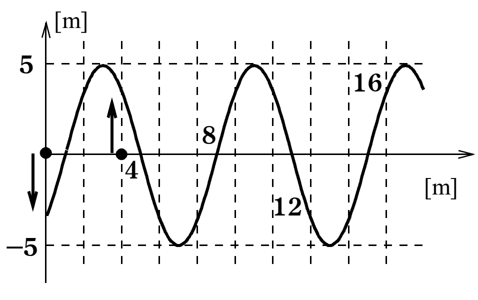
(3)　波の基本式（$v=f\lambda$）より，

$f=\dfrac{16}{8}=2$[Hz]

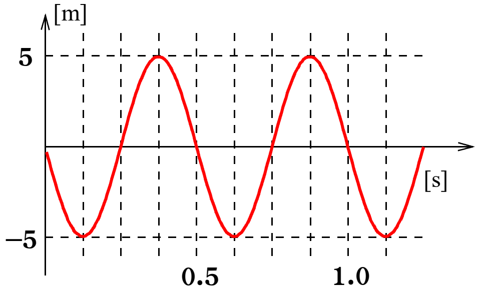
(4)　周期と振動数は逆数の関係なので，

$T=f^{-1}=0.5$[s]

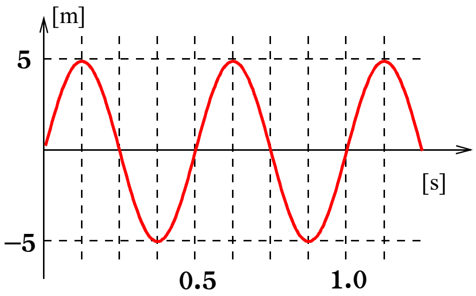
(5,6)　次の瞬間の波形を描くと右図のようになるので，$x=0$ にある媒質は下に，$x=4$ にある媒質は上に進んでいることが分かる。この後は周期 0.5[s]で振動することから考えて，



(5)



(6)



4

(1)　**5**[m]

(2)　**8**[m]

(3)　時刻 **0**[s]で $x=2$ の位置にある波の山の部分は右に進んでいくので，時刻 **2.0**[s]では $x=6$，**14**，**22**，…のいずれかの位置に来ていると考えられる。「$x=4$ で一度だけ変位が **5**[m]になっている」ということから，時刻 **0**[s]で $x=2$ の位置にある波の山の部分は時刻 **2.0**[s]では $x=6$ の位置に来ていると考えられる。これより波の速さ v は $v=\dfrac{6-2}{2.0}=2$ [m/s]と求まる。したがって，波の基本式（$v=f\lambda$）より，

$f=\dfrac{2}{8}=0.25$[Hz]

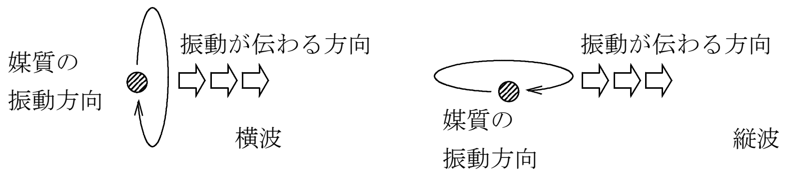
(4)　周期と振動数は逆数の関係なので，

$T=f^{-1}=4$[s]

5

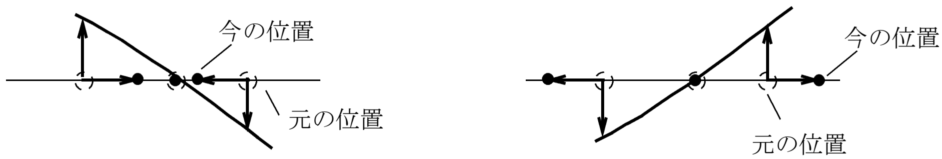
□■物理的思考■□

　縦波と横波の違いについて考えてみよう。横波は媒質の振動方向と振動が伝わる方向が垂直になっている。したがって，上下の振動が左右に伝わっている。一方，縦波は媒質の振動方向と振動が伝わる方向が平行になっている。したがって，左右の振動が左右に伝わっている。ばねをばねの方向に振動させたものが縦波である。



	伝わる媒質	例
縦波	固体、気体、液体	音，Ｐ波
横波	固体	光，Ｓ波

(1)　縦波は媒質の振動方向とその振動が伝わる方向が平行なので，媒質はグラフの左右方向に振動している。グラフで変位が正（上）にあるのは媒質が元の位置より右にあるとき，変位が負（下）にあるときは媒質が元の位置より左にあるときである。したがって，変位が **0** となっている $x=4$ や $x=8$ 付近の媒質は次の図のようになっており，



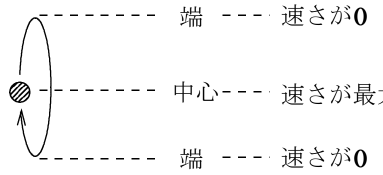
x=4 では，周囲の媒質が寄っていて密度が高く（密），や x=8 では周囲の媒質が離れて密度が低く（疎）となっている。以上より，密となるような場所は x=4，12，20，…となる。
※縦波は疎と密が繰り返し現れている。これより縦波を疎密波と言うこともある。

(2)　x=8，16，24，…

(3)　疎密波

6

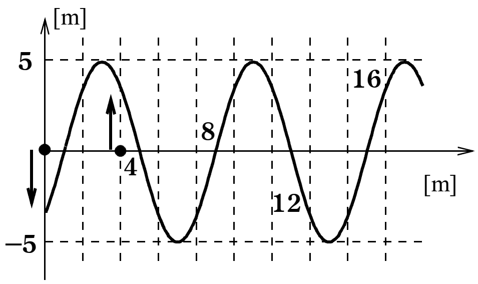
□■物理的思考■□
　波は媒質の振動が隣の媒質に伝わる現象であるので，媒質の１点１点は単振動をしている。単振動の端は折り返し地点となっているので速さが 0，また，単振動の中心では復元力の関係から速さが最大となっている。



(1)　単振動の中心（変位 0）で速さが最大となるので，x=0，4，8，…となる。

(2)　単振動の端（変位最大と最小）で速さが 0 となるので，x=2，6，10，…となる。

(3)　速さが最大となる場所は (1) で求めた通りだが，向きについては判断できない。波が右に進んでいることから，次の瞬間の波形を描くと，下図のようになる。



次の瞬間の波形から x=0 にあった媒質は下に，x=4 にあった媒質は上に移動したことが分かる。これより，x=0 にあった媒質が下向きに最大の速度を，x=4 にあった媒質が上向きに最大の速度を持っていることが分かる。したがって，x=4，12，20，…となる。

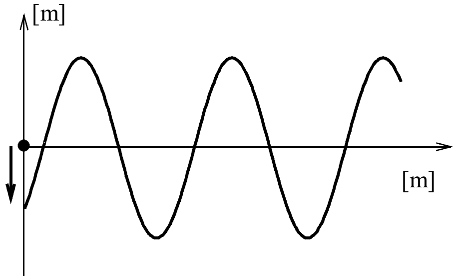
(4)　単振動の中心（変位 0）で速さが最大となるので，x=0，4，8，…となる。

(5)　単振動の端（変位最大と最小）で速さが 0 となるので，x=2，6，10，…となる。

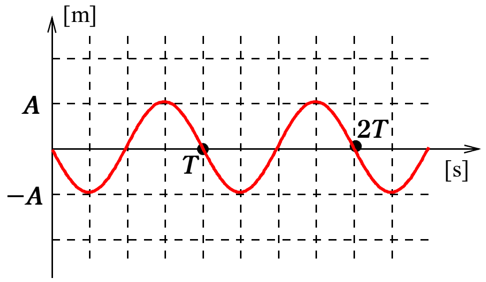
(6)　(3) と同様に考え，(3) の「上方向」がこの問題での「右方向」に対応するので，x=4，12，20，…となる。

7

(1)　各媒質は単振動していることを考えると，時刻 **0**[s]で変位 **0** となっているので，この後上にいくのか下にいくのかが分かればよい。波が右に進んでいることから，次の瞬間の波形を描くと下図のようになる。



これより，原点にある媒質は時刻 **0**[s]で変位 **0** から始まり，下に進む単振動をすることが分かる。周期に注意して作図すると，



(2)　$y(0,\ t)=-A\sin\dfrac{2\pi}{T}t$…①

□■物理的思考■□

波の式は次の３ステップで完成することができる。

①波の式の形を決める。

$-\sin$ 型

②横軸に注目して，位相（sin ○の○の部分）の形を決める。横軸が位置 x なら□ x，時間 t なら□ t とする。

□ t

③位相（sin ○の○の部分）を決める

横軸に注目すると，周期 T で **1** 振動している。$t=T$ を代入したときに，□ $T=2\pi$ と分かる。したがって，

□$=\dfrac{2\pi}{T}$

①〜③と振幅に注意すると，

$y(0,\ t)=-A\sin\dfrac{2\pi}{T}t$

(3)　時刻 $t=0$ における任意の位置 $x=x$ での媒質の振動が分かっているので，$\underline{y(x,\ 0)}$となる。

※ $y(x,\ 0)$を求めてみる。形は sin 型で横軸に注目すると，位相は□ x となる。波長 λ で **1** 振動している。$x=\lambda$ を代入したときに，□ $\lambda=2\pi$ と分かる。したがって，

□$=\dfrac{2\pi}{\lambda}$

これらと振幅に注意して，

$y(x,\ 0)=A\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}x$…②

(4)　距離を速さで割ることから，$\dfrac{x}{v}$となる。

(5)　$y(x,\ t)$は任意の時刻 $t=t$ における任意の位置 $x=x$ での媒質の振動を表し，$y(0,\ t)$は任意の時刻 $t=t$ における位置 $x=0$ での媒質の振動を表している。$x=0$ での媒質の振動が$\dfrac{x}{v}$[s]遅れて $x=x$ に伝わることを考えると，時刻 $t=t-\dfrac{x}{v}$における位置 $x=0$ での媒質の振動と時刻 $t=t$ における位置 $x=x$ での媒質の振動が等しくなる。したがって，$y(0,\ t-\dfrac{x}{v})=y(x,\ t)$となる。

(6)　①式で$t\to t-\dfrac{x}{v}$となることから，

$y(x,\ t)=y(0,\ t-\dfrac{x}{v})=-A\sin\dfrac{2\pi}{T}(t-\dfrac{x}{v})$

波の基本式（$v=f\lambda$）を用いて変形すると，

$y(x,\ t)=-A\sin\dfrac{2\pi}{T}(t-\dfrac{x}{f\lambda})$

周期 T と振動数 f が逆数の関係であることを用いると，

$y(x,\ t)=-A\sin2\pi\ (\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda})$…③

□■物理的思考■□

(6) で求めた②式が波の式の完成形となる。注目したいのは変数が x と t の２つになっていて，二次元のグラフでは描画できない。

さて，③式において $x=0$ とおくと，

$$y(0,\ t)=-A\sin2\pi\frac{t}{T}$$

となる。この式は (2) で求めた①式と一致している。また，③式において $t=0$ とおくと，

$y(x,\ 0)=-A\sin2\pi(-\dfrac{x}{\lambda})=A\sin2\pi\dfrac{x}{\lambda}$

となる。この式は (3) の参考で求めた③式と一致している。これらのことから③式が一般形となっており，これを求めさせる問題があったとしてもすぐに検算できる。波の式は確認ができる以上，何も難しくはない。

8

(1)　形は $\boldsymbol{sin}$ 型で横軸に注目すると，位相は□ x となる。波長 λ で **1** 振動している。$x=\lambda$ を代入したときに，□ $\lambda=2\pi$ と分かる。したがって，

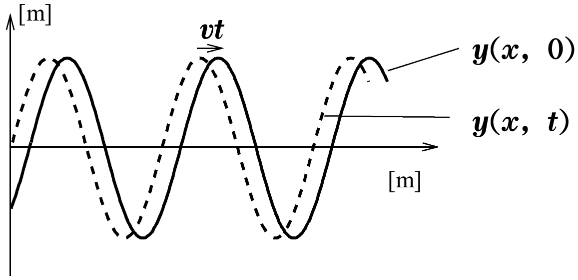
$$\square=\frac{2\pi}{\lambda}$$

これらと振幅に注意して，

$$y(x,\ 0)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}x$$

(2)　速さと時間の積から vt となる。

(3)　$y(x,\ 0)$から t[s]時間が経過したものが $y(x,\ t)$であり，このことから，$y(x,\ t)$は $y(x,\ 0)$を$+x$ 方向に vt 平行移動させたものと分かる。数学の２次関数の頂点の移動と同様に考えて，x を $x-vt$ とすればよい。



(4)　(3)の関係式から，

$$y(x,\ t)=y(x-vt,\ 0)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)$$

波の基本式（$v=f\lambda$）を用いて変形すると，

$$y(x,\ t)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-f\lambda t)$$

周期 T と振動数 f が逆数の関係であることを用いると，

$$y(x,\ t)=A\sin2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)$$