

物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.11

単振動編

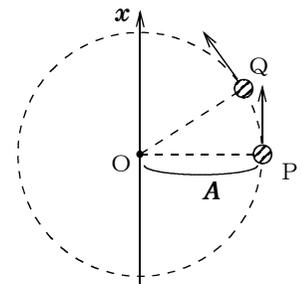
フツリヨキワメ

1. [単振動の基本公式導出](#) 2. [単振動の解法](#) 3. [単振り子](#) 4. [浮力の単振動 \(14の解説\)](#)



1 次の文章を読み、空欄に適切な式・語句を入れよ。

図のように点Oを中心とした半径 A [m] の円軌道上を質量 m [kg] の物体が角速度 ω [rad/s] で等速円運動をしている。時刻 0 [s] に点Pを出発し、時刻 t [s] には点Qに到達した。OPと垂直で点Oを原点とする x 軸をとり、この物体の x 軸方向の運動について考える。 $\angle POQ = (1)$ より、点Qの x 座標は $x = (2)$ となる。円運動の速さは円軌道の (3) 方向に (4) [m/s] となるので、点Qでの速さの x 成分は (5) となる。円運動の加速度は円軌道の (6) 向きに大きさ (7) となるので、点Qでの加速度の x 成分は A, ω, t を使うと (8) となる。また、 ω, x を使って表すと $(8) = (9)$ となる。これより、単振動に必要な力は (10) と求まり、これを (11) という。また、周期は (12) となる。



2 次の文章を読み、各問いに答えよ。

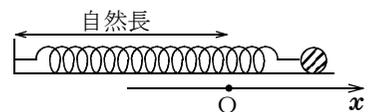
x 軸上を単振動している物体がある。この物体の位置は $x = 3.0 \sin \pi t$ [m]...①で表される。

- (1) 角振動数を求めよ。
- (2) 振幅を求めよ。
- (3) 周期を求めよ。
- (4) 振動数を求めよ。
- (5) ①式を横軸を時刻 t 、縦軸を位置 x としたグラフで表せ。
- (6) 時刻 t [s] における物体の速度を求めよ。また、横軸を時刻 t 、縦軸を速度 v としたグラフの概形を描け。
- (7) 時刻 t [s] における物体の加速度を求めよ。また、横軸を時刻 t 、縦軸を加速度 a としたグラフの概形を描け。

3 次の文章を読み、各問いに答えよ。

図のように、一端に質量 m [kg] の物体が繋がれたばね定数 k [N/m] のばねがなめらかな床の上に置かれ、他端が壁に固定されている。ばねが自然長のときの物体の位置を原点とし、ばねが伸びる方向に x 軸をとる。 $x = A$ となる位置まで物体を手で引っ張り、時刻 0 [s] に静かに離れたところ、物体は単振動した。

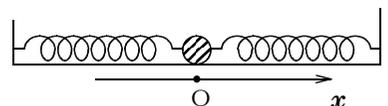
- (1) ばねが自然長から A 伸ばすまでに手がした仕事を求めよ。
- (2) 物体の位置が $x = x$ のときの運動方程式を立てよ。ただし、 x 軸方向の加速度を a [m/s²] とする
- (3) 単振動の周期を求めよ。
- (4) 物体が初めて $x = -A$ になるときの時刻を求めよ。
- (5) 物体が初めて $x = A/2$ になるときの時刻を求めよ。
- (6) 物体が原点を通過するときの速さを求めよ。



4 次の文章を読み、各問いに答えよ。

図のように、質量 m [kg] の物体がばね定数 k_1, k_2 の2本のばねにつながれ、なめらかな床の上に置かれている。図の右向きに x 軸をとり、2本のばねがともに自然長となるときの物体の位置を原点とする。 $x = A$ となる位置まで物体を手で引っ張り、時刻 0 [s] に静かに離れたところ、物体は単振動した。

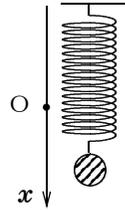
- (1) 物体の位置が $x = x$ のときの運動方程式を立てよ。ただし、 x 軸方向の加速度を a [m/s²] とする
- (2) 単振動の周期を求めよ。
- (3) 物体が原点を通過するときの速さを求めよ。
- (4) 物体が原点を初めて通過するときの時刻を求めよ。



5 次の文章を読み、各問いに答えよ。

質量 m [kg] の物体をとりつけたばね定数 k [N/m] のばねの他端を天井に固定した。このときばねが伸びた状態で物体が静止していた。この位置を原点とし、鉛直下向きに x 軸をとる。 $x=A$ となる位置まで物体を手で引っ張り、時刻 0 [s] に静かに離したところ、物体は単振動した。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

- (1) 物体の位置が $x=x$ のときの運動方程式を立てよ。ただし、 x 軸方向の加速度を a [m/s²] とする
- (2) 単振動の周期を求めよ。
- (3) 振動中心を求めよ。
- (4) 物体が原点を通るときの速さを求めよ。
- (5) 物体が初めて最高点に到達するときの時刻を求めよ。



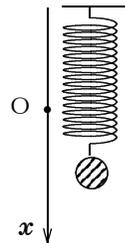
次に、加速度 a [m/s²] で上昇するエレベーター内の天井にばねを吊り下げ物体を単振動させた。ただし、 x 軸はエレベーターとともに上昇するものとする。

- (6) 物体の位置が $x=x$ のとき、物体に働く弾性力と慣性力の大きさを求めよ。
- (7) 物体の位置が $x=x$ のときの運動方程式を立てよ。ただし、エレベーター内の人から見た x 軸方向の加速度を b [m/s²] とする
- (8) 振動中心を求めよ。
- (9) 単振動の周期を求めよ。

6 次の文章を読み、各問いに答えよ。

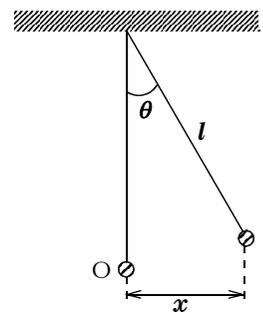
質量 m [kg] の物体をとりつけたばねの他端を天井に固定した。このときばねが l [m] 伸びた状態で物体が静止していた。この位置を原点とし、鉛直下向きに x 軸をとる。ばねが自然長になるまで物体を手で持ち上げ、時刻 0 [s] に静かに離したところ、物体は単振動した。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

- (1) ばね定数を求めよ。
- (2) 物体の位置が $x=x$ のときの運動方程式を立てよ。ただし、 x 軸方向の加速度を a [m/s²] とする
- (3) 単振動の周期を求めよ。
- (4) 振動中心を求めよ。
- (5) 物体が原点を通るときの速さを求めよ。
- (6) 物体が初めて最下点に到達するときの時刻を求めよ。



7 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

図のように、質量 m [kg] の物体を一端に取り付けた長さ l [m] の糸が天井に固定されている。これを振り子運動させるときを考える。糸を鉛直方向から θ だけ傾けたとき、物体に働く重力の接線方向の成分は (1) [N] となる。糸を鉛直にしたときの物体の位置を点 O とし、点 O からの水平方向の変位を x とおくと、 $\sin\theta =$ (2) となる。また、 θ が微小角のとき、接線方向と水平方向はほぼ同じとみなせることから、物体の水平方向に働く力は m, g, x を使って (3) [N] と求まる。これが、復元力となるので単振動する。このとき、角振動数は (4) [rad/s]、周期は (5) [s] である。



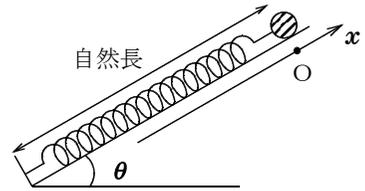
8 次の文章を読み、各問いに答えよ。

鉛直方向に上下するばね振り子とおもりにひもをつけた単振り子について、(1)～(5)の変化によって周期が何倍になるか。

- (1) 糸またはばねの長さを半分にする。
- (2) おもりの質量を 2 倍にする。
- (3) 振幅を 2 倍にする。
- (4) 上向きに加速度 a [m/s²] で上昇中のエレベーター内で振動させる。
- (5) 水平直線上を加速度 a [m/s²] で進行している電車内で振動させる。

9 次の文章を読み、各問いに答えよ。

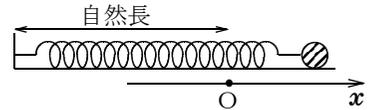
図のように、一端が斜面台の最下点に固定され、他端に質量 m [kg] の物体が繋がれたばね定数 k [N/m] のばねが傾角 θ のなめらかな斜面の上に置かれ、物体は静止している。ばねが自然長のときの物体の位置を原点とし、斜面に沿って上向きに x 軸をとる。ばねが自然長になるまで物体を手で引っ張り、時刻 0 [s] に静かに離れたところ、物体は単振動した。



- (1) 物体の位置が $x=-l$ のときの運動方程式を立てよ。ただし、 x 軸方向の加速度を a [m/s²] とする
- (2) 単振動の周期を求めよ。
- (3) 物体の x 座標が始めて最小値となるときの時刻を求めよ。
- (4) 物体が $x=-l$ を通過するときの速さを求めよ。

10 次の文章を読み、各問いに答えよ。

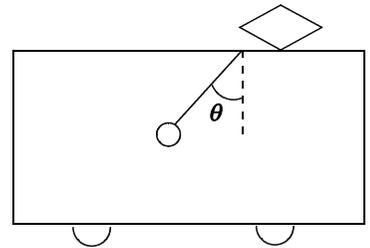
図のように、一端に質量 m [kg] の物体が繋がれたばね定数 k [N/m] のばねが粗い床の上に置かれ、他端が壁に固定されている。ばねが自然長のときの物体の位置を原点とし、ばねが伸びる方向に x 軸をとる。 $x=A$ となる位置まで物体を手で引っ張り、時刻 0 [s] に静かに離れた。ただし、重力加速度を g [m/s²] とし、物体と床との静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。



- (1) 物体が初めて折り返す（速さが 0 となる）位置を求めよ。
- (2) (1)の位置に物体が到達するまでに速さが最大となる位置を求めよ。また、そのときの速さも求めよ。
- (3) (1)で物体が折り返し進んでいくための A の条件を求めよ。

11 次の文章を読み、各問いに答えよ。

水平方向右向きに加速度 a [m/s²] で等加速度運動している電車内にひもで固定した質量 m [kg] のおもりをつるした。この後、おもりを少し後方へ引いて離すと、電車内の人から見ておもりは単振動した。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

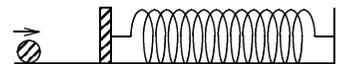


- (1) 電車内の人から見ておもりが静止していたとき、電車内の人から見ておもりに働く力を全て図示せよ。
- (2) (1)のとき、おもりに働く張力を m 、 g 、 a を用いて求めよ。
- (3) 電車内での単振動（単振り子）の周期を求めよ。

【チャレンジ問題】

12 次の文章を読み、各問いに答えよ。

図のように、一端に質量 M [kg] の台が繋がれたばね定数 k [N/m] のばねがなめらか床の上に置かれ、他端が壁に固定されている。このとき、ばねは自然長で台は静止している。その横から質量 m [kg] の物体に初速度 v [m/s] を与えたところ物体と台が衝突した。ただし、物体や台の大きさは無視できるほど小さいものとする。

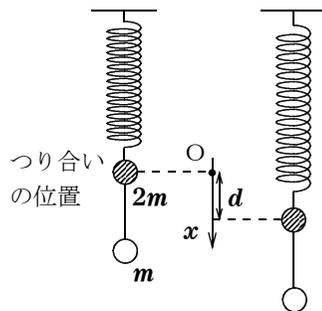


- [I] 物体と台が完全非弾性衝突した場合
 - (1) 衝突直後の物体と台の速さを求めよ。
 - (2) 衝突後でのばねの縮みの最大値を求めよ。
 - (3) 物体が台から離れるのは衝突してから何秒後か。
- [II] 物体と台とのばねかえり係数が e の場合
 - (4) 衝突直後の物体と台の速さを求めよ。
 - (5) 衝突後でのばねの縮みの最大値を求めよ。
 - (6) ばねの縮みが最大値のときに、物体と台が再び衝突した。 e を求めよ。
- [III] 物体と台が衝突後、物体だけが静止した場合
 - (7) はねかえり係数を求めよ。
 - (8) 再び衝突するのは、最初の衝突から何秒後か。

13 次の文章を読み、各問いに答えよ。【10神戸大】

質量 m [kg] および質量 $2m$ [kg] の2つのおもりが図1のように糸でつながれ、ばね定数 k [N/m] のばねにつるされて、つりあいの位置で静止している。図2のように2つのおもりを鉛直下向きに d [m] だけ引き下げた後、時刻 $t=0$ で静かに離し、糸がたるまないように鉛直方向に単振動させた。重力加速度を g [m/s²] とし、おもりは鉛直方向にのみ運動する。ばねと糸の質量、糸の伸び、空気抵抗は無視してよい。

- (1) 単振動の周期とおもりの速さの最大値を求めよ。
- (2) 変位 x をつりあいの位置から図のように測るものとする。 x の時間変化を式で表せ。
- (3) 変位が x のときの糸の張力を求めよ。
- (4) 振動中心を求めよ。
- (5) d を大きくしすぎると糸がたるむようになる。糸がたるむことなく2つのおもりが単振動できる d の最大値を求めよ。



(図1) (図2)

14 次の文章を読み、空欄に入る適切な式を答えよ。ただし、重力加速度を g とする。

図のように、密度 ρ の液体中に密度 ρ_0 、断面積 S 、高さ h の直方体が浮かんでいる。直方体が静止しているとき、直方体が液体に浸かっている深さ l は (1) である。このときの直方体の底面を原点、鉛直下向きを正とする x 軸を設定する。 $x=d$ となる位置まで直方体を手で押し込んで静止させ、支えていた手を静かに離した。直方体が $x=x$ の点を通過する時、直方体に働く x 軸方向の力は (2) となるので、 $x=$ (3) を中心とした角振動数 (4) の単振動をすることが分かる。これより、手を離してから振動の中心を通過するまでにかかる時間は (5) であり、振動の中心を通過するときの速さは (6) であることが分かる。振動の中心を通過した後、直方体は速さ (7) で液体から完全に出て、その後、液面から高さ (8) の位置まで上昇した後に下降し、再び液面内へと戻る。ただし、直方体の運動は鉛直方向に限られるものとし、運動の途中で傾いたりすることはないものとする。

