物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.29
原子物理編
ブツリヨキワメヨ

1

(1)　反対　　(2)　紙面上　　(3)　負　　(4)　電子

実験で観測された陰極線をさえぎって物体を置くと，陽極側に物体の影が現れた。このことから光が陰極から出ていると分かった。また，陰極線が電場や磁場に曲げられる方向から負の電気を帯びているということも分かった。

2

(1)　電場から受ける力は極板に対して垂直な方向に，($f=qE$) より，$|(-e)E|=eE$ となる。運動方程式 ($ma=f$) より，極板に対して垂直な方向に生じる加速度 a は下向きに，

$$ma=eE \Leftrightarrow a=\frac{eE}{m}$$

となる。

(2)　電子に働く力から考えると，極板に平行な方向には力が働いていないため，加速度は生じていない。($S=v_0t+\frac{1}{2}at$) より，

$$l=vt \Leftrightarrow t=\frac{l}{v}$$

(3)　極板と垂直な方向について，($S=v_0t+\frac{1}{2}at$) より，

$$x=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{l}{v}\right)^2$$

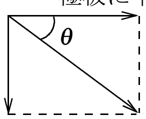
(4)　電子が極板を出た後は力を受けないので等速直線運動をする。したがって，極板を出る瞬間の速度方向に進んで行くことになる。この時の電子の速度は，($v=v_0+at$) より，

極板に平行：v

極板に垂直：$\frac{eE}{m}\frac{l}{v}$

これより，

$$\tan\theta=\frac{eEl}{mv^2}$$



(5)　(図１) より，

$$X-x=\left(L-\frac{l}{2}\right)\tan\theta$$

が成り立つ。これを解くことから，

$$X=\frac{eElL}{mv^2}$$

(6)　($f=Bqv$) より，Bev となる。

(7)　円の中心方向について，運動方程式 ($ma=f$) を立てると，

$$m\frac{v^2}{r}=Bev \Leftrightarrow r=\frac{mv}{Be}$$

(8)　（図２）より，$\sin\alpha=\dfrac{l}{r}$ となる。

(9)　（図２）より，

$y=r(1-\cos\alpha)$

となる。ここで，十分小さい α について成り立つ近似式 $\sin\alpha=\tan\alpha=\alpha$，$1-\cos a=\dfrac{\alpha^2}{2}$ を用いると，

$r(1-\cos\alpha)=r\dfrac{\alpha^2}{2}$

となる。また，(8)で求めた関係について，同じ近似式を用いると，

$\alpha=\dfrac{l}{r}$

となる。これら２つの式より，

$y=r(1-\cos\alpha)=\dfrac{\alpha l}{2}$

(10)　（図２）より，

$Y-y=\left(L-\dfrac{l}{2}\right)\tan\alpha=\left(L-\dfrac{l}{2}\right)\alpha$

が成り立つ。これを解くと，

$Y=\alpha L$

となる。(6)と(7)，および，近似式から、

$\alpha=\dfrac{l}{r}=\dfrac{Bel}{mv}$

となる。以上より，

$Y=\dfrac{BelL}{mv}$

(11)　(5)と(10)から v を消去すると，

$X=\dfrac{eELl}{m}\left(\dfrac{mY}{BelL}\right)^2=\dfrac{mY^2E}{B^2elL}$

となる。これを整理すると，

$\dfrac{e}{m}=\dfrac{Y^2E}{B^2lLX}$

3

(1)　力のつりあいより，

$$mg=kv_1 \Leftrightarrow v_1=\frac{mg}{k}$$

(2)　（$f=qE$）より，qE となる。

(3)　力のつりあいより，

$$mg+kv_2=qE \Leftrightarrow v_2=\frac{qE-mg}{k}$$

(4)　(1)と(3)から，

$$k(v_1+v_2)=qE \Leftrightarrow q=\frac{k(v_1+v_2)}{E}$$

問 1　実験の結果から電気量の最小単位が 1.66×10^{-19}[C]となるので，これを e とおくと，$1.66\times10^{-19}=e$，$9.70\times10^{-19}=6e$，$8.09\times10^{-19}=5e$，$4.87\times10^{-19}=3e$，$3.23\times10^{-19}=2e$ とおける。これらを足し合わせると，$27.55\times10^{-19}=17e \Leftrightarrow e=1.62\times10^{-19}$[C]となる。

4

(1)　光電効果　　(2)　$h\nu$

(3)　電子は光子からのエネルギーをもらい，金属内部から表面に出るまでの間に W の仕事をするので，金属表面を飛び出す時の光電子の運動エネルギー K は $h\nu-W$ となる。

(4)　光電子が金属表面から飛び出さなくなるのは $K=0$ の時なので，(3)より，

$$0=h\nu-W \Leftrightarrow \nu=\frac{W}{h}$$

(5)　波の基本式（$v=f\lambda$）より，$c=\nu\lambda$ となる。これと，(4)より，$\lambda=\frac{ch}{W}$ となる。

問 1　$K=h\nu-W$ の式から，グラフの縦軸の切片が$-W$ を表していることが分かる。したがって，亜鉛の方が仕事関数が大きい。

5

(1)　電子は光子からのエネルギーをもらい，金属内部から表面に出るまでの間に W の仕事をするので，金属表面を飛び出す時の光電子の運動エネルギー K は $h\nu-W$ となる。

(2)　電子を 1[V]で加速した時に得られるエネルギーが 1 電子ボルト（[eV]）なので，1[eV]$=e$[J]となる。これより，$h\nu-W$[J]$=\frac{h\nu-W}{e}$[eV]となる。

(3)　Cから飛び出した光電子がぎりぎりPに達する時なので，運動エネルギーが(1)で求めた値から，点Pに達して 0 に変化する。電場から受ける力がした仕事が運動エネルギーの変化に等しいので，

$$0-(h\nu-W)=eV_0 \Leftrightarrow V_0=\frac{h\nu-W}{e}$$

(4)　(3)より，振動数 ν を大きくすることで，阻止電圧が大きくなる。

6

(1)　連続　　(2)　特性

(3)　衝突する電子の運動エネルギー全てが光子のエネルギーになったとすると，

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu = \frac{ch}{\lambda}$$

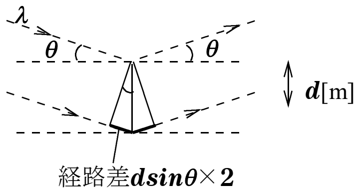
となる。これを解くと $\frac{2ch}{mv^2}$ となる。

(4)　衝突時のエネルギー損失を Q とすると，

$$\frac{1}{2}mv^2 = Q + \frac{ch}{\lambda'}$$

となり，(3) で求めた波長より大きくなる。
（これより，(3) で求めた波長を限界波長という。）

7



(1)　干渉条件より，$2d\sin\theta = \frac{\lambda}{2} \times 2n$ となる。

(2)　数値代入すると，$d = 2.83 \times 10^{-10}$[m] となる。

8

(1)　コンプトン効果（コンプトン散乱）　　(2)　$\dfrac{ch}{\lambda}$　　(3)　$\dfrac{ch}{\lambda}=\dfrac{ch}{\lambda'}+\dfrac{1}{2}mv^2$

(4)　光子の運動量が$\dfrac{h}{\lambda}$と与えられることと，運動量が運動方向であることに注意すると，

$$\frac{h}{\lambda}=\frac{h}{\lambda'}\cos\phi+mv\cos\theta \quad \cdots①$$

(5)　(4)と同様に，

$$0=\frac{h}{\lambda'}\sin\phi-mv\sin\theta \quad \cdots②$$

(6)　①式と②式より，

$$m^2v^2\cos^2\theta=\left(\frac{h}{\lambda}-\frac{h}{\lambda'}\cos\phi\right)^2$$

$$m^2v^2\sin^2\theta=\left(\frac{h}{\lambda'}\sin\phi\right)^2$$

となる。それぞれ，足し合わせると，

$$m^2v^2=\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}\cos\phi+\left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 m^2v^2=\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}\cos\phi+\left(\frac{h}{\lambda'}\right)$$

となる。これと，(3)の結果より，

$$2mch\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)=\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}\cos\phi+\left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2$$

となる。両辺に$\dfrac{\lambda\lambda'}{2mch}$を掛けると，

$$\lambda'-\lambda=\frac{h}{2mc}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}+\frac{\lambda}{\lambda'}-2\cos\phi\right)$$

となる。近似式$\dfrac{\lambda}{\lambda'}+\dfrac{\lambda'}{\lambda}=2$を用いると，

$$\lambda'-\lambda=\frac{h}{mc}(1-\cos\phi)$$

9

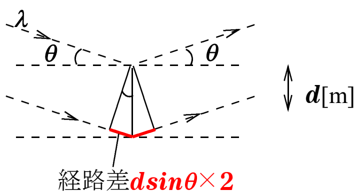
(1)　光子の運動量pが$p=\dfrac{h}{\lambda}$と与えられることから同様に考えると，物質波の波長は$\underline{\lambda=\dfrac{h}{mv}}$となる。

(2)　電場から受ける力がした仕事が運動エネルギーの変化に等しいので，

$$\frac{1}{2}mv^2-0=eV \Leftrightarrow v=\sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

(3)　(1)と(2)より，

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2emV}}$$



(3)　干渉条件より，

$$2d\sin\theta=\frac{1}{2}\frac{h}{\sqrt{2meV}}\times 2n$$

10

(1)　光子の運動量 $\boldsymbol{p}$ が $\boldsymbol{p}=\dfrac{h}{\lambda}$ と与えられることから同様に考えると，物質波の波長は $\underline{\lambda=\dfrac{h}{mv}}$ となる。

(2)　ボーアの量子条件より，$\underline{2\pi r=n\dfrac{h}{mv}}$ となる。

(3)　あるエネルギー準位の電子が異なるエネルギー準位に移る時に，このエネルギー差が光子１個のエネルギーになると考えたので，$\underline{E_n-E_{n'}=h\nu}$ となる。

(4)　円運動の加速度（$a=r\omega^2=\dfrac{v^2}{r}=v\omega$）より，

$a=\dfrac{v^2}{r}$ [m/s^2]

中心向きに加速度をとって，運動方程式（$ma=f$）より，

$m\dfrac{v^2}{r}=\dfrac{ke^2}{r^2}$

(5)　①式より，$v=\dfrac{nh}{2\pi mr}$ となるので，これを (4) で求めた式に代入すると，$r=\dfrac{n^2h^2}{4\pi^2kme^2}$ となる。

(6)　電子の力学的エネルギーは $E=\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{ke^2}{r}$ となる。また，(4) で求めた式から変形すると，

$E=-\dfrac{ke^2}{2r}$

(7)　(5) と (6) の結果より，

$E=-\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\dfrac{1}{n^2}$

(8)　基底状態　　(9)　励起状態

(10)　[仮定２] より，

$E_n-E_{n'}=-\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\left(\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{1}{n'^2}\right)=h\nu=\dfrac{ch}{\lambda}$ $E_n-E_{n'}=-\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)=\dfrac{ch}{\lambda}$

これより，

$\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{ch^3}\times\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)=R\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)$

となる。よって，リュードベリ定数 R は $\underline{\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{ch^3}}$ となる。

11

(1)　$+Ze$　　(2)　質量数　　(3)　同位体（アイソトープ）

(4)　それぞれの同位体の存在比から，$35\times\dfrac{3}{4}+37\times\dfrac{1}{4}=\underline{35.5}$ となる。

12

(1) 放射性崩壊　(2) 放射能　(3) 放射性同位体（ラジオアイソトープ）　(4) ヘリウム

(5) 電子　(6) ２つ減少し　(7) ２つ減少する　(8) １つ増加し　(9) １つ減少する

問１　α 崩壊して原子番号が **2**，質量数が **4** 減少するので，${}^{231}_{90}\mathrm{Th}$ となる。また，β 崩壊では原子番号が **1** 増え，質量数が変化しないので，${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ となる。

問２　質量数に注目することから，α 崩壊が **7** 回起こったことが分かる。α 崩壊が **7** 回起こると，原子番号が **14** 減るので，β 崩壊が **4** 回起こったと分かる。

13

(1) $\dfrac{t}{T}$

(2) $\dfrac{1}{4}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$ となるので，$t=2T$ となる。したがって，**11400**[year]年前と分かる。

(3) $\dfrac{1}{10}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ となる。両辺の常用対数を取ると，

$$log_{10}\frac{1}{10}=\frac{t}{T}log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow t=\frac{T}{log_{10}2}$$

となる。これを計算すると，**18937**[year]年前（約 **19000**[year]年前）と分かる。

14

(1) 異なる観測者から見ても光速が変わらないことに注意すると，$sin\theta=\dfrac{v}{c}$ となる。

(2) 運動量保存則より，

$$mv+\frac{U}{2c}sin\theta\times 2=(m+\Delta m)v$$

(3) (1)を用いて，(2)で求めた式を解くと，$U=\Delta mc^2$ となる。

(4) 3.091×10^{-29}　(5) 2.78×10^{-12}

(6) 1[eV]$=1.60\times10^{-19}$[J]と 1[MeV]$=10^6$[eV]を用いると，**17.4**[MeV]となる。

(7) $Z\times m_p+(A-Z)m_n$　(8) $(Z\times m_p+(A-Z)m_n-m_0)c^2$　(9) 鉄

15

(1) 連鎖反応　(2) 3.2×10^{-11}　(3) $\dfrac{1}{235}$　(4) 10^{11}　(5) 200