

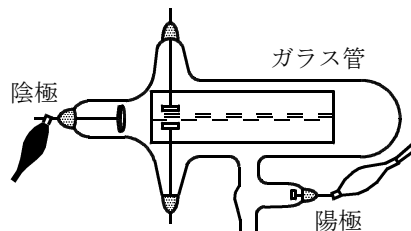
物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.29
原子物理編

フツリヨキワメ

1 次の文章を読み、空欄に適切な語句を入れよ。

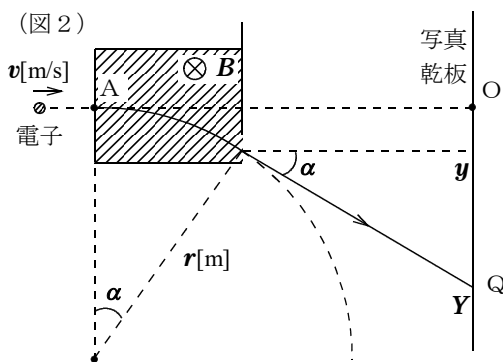
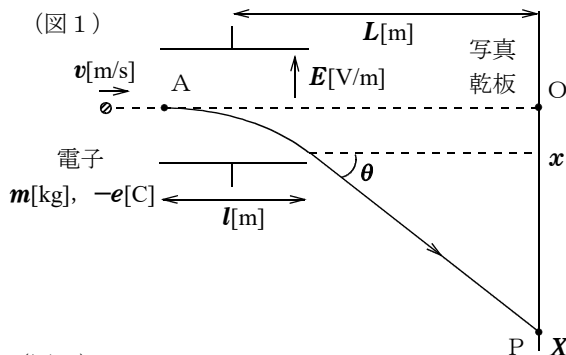
図のようなガラス管内の両端に電極を付け、電極間に高い電圧をかけた。ガラス管内部の気体を抜き、管内の気圧を下げていくと、陰極から陽極へ向かって、黄緑色の蛍光が観測された。この陰極から出ているものを陰極線といい、陰極線に電場を加えると電場と（1：同じ，反対）向きに曲がった。また、図中の紙面裏から表向きに磁場を加えると陰極線は（2：上，下）向きに曲がった。このことから、陰極線の正体は陰極から出る（3：正，負）電荷の粒子であることが分かり、この粒子を（4）と名付けた。



2 次の文章を読み、各問いに答えよ。ただし、電子の運動の重力による影響は無視できるものとする。

(図1)のように、平行に置かれた幅 l [m] の極板2枚と極板の中心から極板と平行に L [m] 離れて写真乾板上が極板に対して垂直に置かれている。この極板は電圧をかけることができ、極板に対して垂直に電場を作れるようになっている。この極板中に電子（質量 m [kg] で電気量 $-e$ [C]）を速さ v [m/s] で極板と平行に入射させたところ、そのまま直進し、写真乾板上の点Oに到達した。次に、極板間に図中の上向きに E [V/m] の電場を加えると、極板内で電子は図中の下向きに曲げられながら進み、極板の外に出ると電子は直進し、写真乾板上の $OP = X$ [m] となる点Pに到達した。

次に、(図1)の極板間の領域に磁束密度 B [Wb/m²] の磁場を電場と同じ向きにかけた。(図2)は(図1)の下側の極板から見た図である。電子が極板間を通過すると、磁場からローレンツ力を受け半径 r [m] の円軌道上を進み、極板の外に出ると電子は直進し、写真乾板上の $OQ = Y$ [m] となる点Qに到達した。ただし、 α は十分小さく、 $\sin\alpha = \tan\alpha = \alpha$ 、 $1 - \cos\alpha = \frac{\alpha^2}{2}$ と近似できるものとする。



(図1)について

- (1) 電子が極板内を運動しているときの加速度の大きさと向きを求めよ。
- (2) 電子が極板に入ってから出るまでにかかる時間を求めよ。
- (3) 電子が極板に入ってから出るまでに、極板と垂直な方向の変位 x を求めよ。
- (4) 極板の外に出たときの電荷の速度とAOのなす角を θ として、 $\tan\theta$ を m, l, e, E, v を用いて表せ。
- (5) X を m, L, l, e, E, v を用いて表せ。

(図2)について

- (6) 電子が受けるローレンツ力の大きさを求めよ。
- (7) 円軌道の半径 r を求めよ。
- (8) $\sin\alpha$ を l, r を用いて表せ。
- (9) 電子が極板に入ってから出るまでに、極板と垂直な方向の変位 y を l, α を用いて表せ。
- (10) Y を m, L, l, e, v, B を用いて表せ。
- (11) 電子の比電荷を B, L, l, E, X, Y を用いて表せ。

3 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。また、後の問いに答えよ。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

電子の電荷を求めるため、ミリカンは次のような実験を行った。2つの極板を鉛直方向に向かい合わせ、極板が水平になるようにして置いた。この極板に電圧をかけると、一様な電場が鉛直方向にできた。この中に霧吹きで油滴を吹き込んで、1つの油滴が落下する様子を顕微鏡で観測した。また、油滴付近の空気分子にX線を当てイオンにし、油滴がこのイオンと付着することで帯電するようにした。いま、油滴の電気量を q [C]、質量を m [kg] とする。

極板間の電場が 0 のとき、油滴には重力と速さに比例する空気抵抗（比例定数 k ）が働くので、一定の速さ $v_1 = (1)$ [m/s] で落下した。

次に、極板間に、鉛直上向きで強さ E [N/C] の電場をかけると、重力や空気抵抗以外に電場から大きさ (2) [N] の力を受けるので、一定の速さ $v_2 = (3)$ [m/s] で上昇するようになった。

以上の実験から油滴の電気量 q は v_1 , v_2 , k , E を用いて (4) と表せることが分かった。

問1 この実験から電気量を測定すると、**1.66**, **9.70**, **8.09**, **4.87**, **3.23**（単位はすべて 10^{-19} [C]）であった。この実験から分かる電気素量を求めよ。

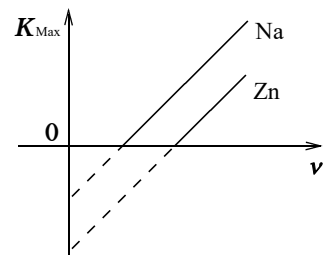
4 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。また、後の問いに答えよ。ただし、プランク定数を h [J/s] とする。

よく磨いた金属の表面に光を当てると電子（光電子）が金属から飛び出してくる。この現象を (1) という。 (1) では、金属に当てる光を強くしても出てくる光電子の運動エネルギーは変わらず、光の振動数がある値より小さくすると、光の強さをどれだけ多くしても光電子は出てこない。これらのことは、光を波として考えると矛盾している。プランクやアインシュタインは光を粒子と考え、振動数 ν [Hz] の光の光子1個は (2) [J] のエネルギーを持つと考えた。この光子1個が受け渡された1個の電子が、金属から飛び出す際に W [J] の仕事（仕事関数）をしたとすると、金属表面から出た光電子の運動エネルギー K [J] は $K = (3)$ で与えられる。これは (1) の現象と一致する。

また、光電子が金属表面から光電子が飛び出さなくなる時の限界振動数 ν_0 は $\nu_0 = (4)$ [Hz] となり、このときの限界波長 λ_0 は $\lambda_0 = (5)$ [m] となる。

ナトリウムと亜鉛を用いて実験をすると、図のような結果が得られた。ただし、縦軸は出てくる光電子の運動エネルギーの最大値、横軸は金属に当てる光の振動数である。

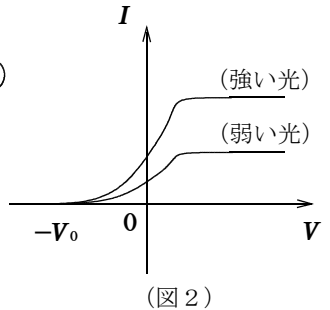
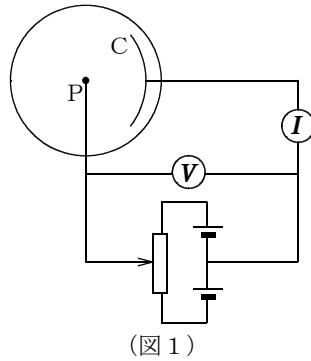
問1 ナトリウムと亜鉛では仕事関数が大きいのはどちらか。



5 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。また、後の問いに答えよ。ただし、プランク定数を h [J/s]、電気素量を e [C]とする。

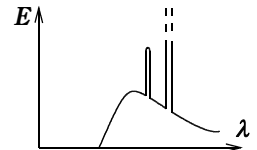
(図1)のような光電管を用いた回路を作り実験を行った。光電管は透明な真空容器に陽極Pと陰極Cを封入したものである。陰極Cに振動数 ν の光を当てると陰極Cの表面から光電子が出てきた。陽極Pの電位を陰極Cより高くすると、出てきた光電子が陽極Pに達し、回路中を移動し、電流計で電流が観測された。また、陽極Pの電位を陰極Cより低くすると、出てきた光電子は陽極Pに到達しなくなった。このようにして、陰極Cに対する陽極Pの電位 V を変えながら回路に流れる光電流 I の値を測定した。このときの結果は(図2)となった。ただし、陰極Cの仕事関数を W とする。

- (1) 金属表面を飛び出した光電子の運動エネルギーを求めよ。
- (2) (1)で求めた値を電子ボルトの単位で答えよ。
- (3) (図2)中の V_0 (阻止電圧) を求めよ。
- (4) 当てる光の振動数 ν を大きくしたとき、阻止電圧はどのようになるか。



6 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、プランク定数を h [Js]、光速を c [m/s]とする。

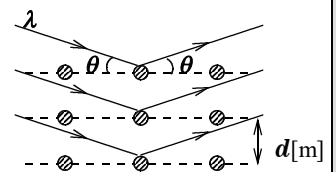
高速度の電子をタングステンのような原子量の大きい物質(ターゲット)に当てると、X線が発生する。このとき、電子1個の持つエネルギーの一部または全部がX線光子のエネルギーになり、残りはターゲットで発生する熱になる。このX線の波長を横軸、エネルギーを縦軸にしたグラフで表すと図のようになる。このスペクトル(エネルギー分布)を見ると、(1) X線と呼ばれる連続した部分と、ある波長だけ急に強くなっている(2) X線と呼ばれる部分とがある。



衝突させる電子の質量を m [kg]、速さを v [m/s]とする。衝突した電子のエネルギーが全てX線のエネルギーになったとすると、このX線の波長は(3) [m]となる。しかし、実際は、電子のエネルギーがX線のエネルギーに変換されるときにエネルギー損失があるので、発生するX線の波長は(3)より(4:大きく、小さく)なる。

7 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。

波長 λ [m]のX線を結晶に当てると、特定の方向で、結晶で反射されたX線が強め合うことが分かった。結晶内では原子が規則正しく並び、この原子がならんだ平面が互いに平行に何組も並んでいる。図のように、この平面と角度 θ をなす方向から入射したX線が平面内に並んだ原子に散乱され、反射の法則を満たす角度で反射されたときに干渉してX線が強め合う。平行平面の間隔を d [m]、 n を自然数とすると、X線が強め合う条件は(1)となる。



塩化ナトリウムの結晶が波長 1.54×10^{-10} [m]のX線に対して $\sin\theta=0.272$ を満たす角度 θ で、 $n=1$ の強い反射を示した。このとき、塩化ナトリウムの格子間隔は(2) [m]となる。

8 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、プランク定数を h [Js]とする。

X線は波動性と粒子性もあわせ持つ。静止した電子にX線を当てて散乱させると、もとのX線よりも散乱された後のX線の方が波長が長くなることが分かった。この現象を(1)という。この現象は波動性では説明できない。X線を光子と考え、粒子性からこの波長の変化を求めてみよう。

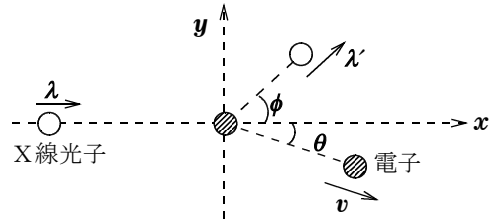
X線の波長を λ [m]、光速を c [m/s]とすると、X線光子1個のエネルギーは(2)となる。この光子1個が質量 m [kg]の電子1個と衝突する。衝突後のX線の波長は λ' [m]になり、もとの運動方向から角度 ϕ の方向に散乱され、電子は速さ v [m/s]でX線のもとの運動方向から角度 θ の方向に散乱された。このとき、エネルギー保存則は、

$$(3) \dots \textcircled{1}$$

となる。また、図のように、 x 、 y 軸を設定すると、 x 、 y 方向についての運動量保存則はそれぞれ、

$$x \text{ 方向 : } (4) \dots \textcircled{2}$$

$$y \text{ 方向 : } (5) \dots \textcircled{3}$$



となる。①～③式から v 、 θ を消去すると、

$$\lambda' - \lambda = (6)$$

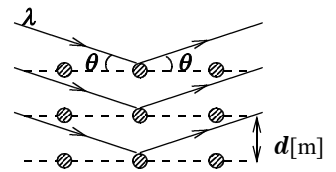
が得られる。ただし、 λ と λ' はほぼ等しく、近似式 $\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} = 2$ が成り立つ。

9 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、プランク定数を h [Js]とする。

光やX線は波動性と粒子性の2つを持ち、この2つの性質を持つ現象は粒子と波動の二重性と言われる。ド・ブロイは電子などの粒子が逆に波動性を持つのではないかと考え、質量 m [kg]、速さ v [m/s]で進む粒子は長さ(1) [m]の波長を持つものと考えた。

加速電圧 V [V]で加速した質量 m [kg]、電気量 $-e$ [C]の電子線を格子間隔 d [m]の結晶に当てて、散乱された電子線の強度を調べた。加速された電子の速さは(2) [m/s]なので、電子線の波長は(3) [m]となる。

したがって、結晶面に対して角度 θ で入射した電子線が強め合う条件は整数 n 等を用いると(4)となる。



10 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、プランク定数を h [Js]、クーロン力定数を k [Nm²/C²]、電気素量を e [C]とする。

原子の構造を調べるために、高速の α 粒子を薄い金箔に当て、通り抜けるときの曲げられ方を調べた。この結果、ほとんどの α 粒子は素通りするが、中には90度以上曲げられて進むものも見られた。 α 粒子は電子の7000倍以上の質量を持つので電子によって散乱されることはないで、原子の中のごくせまい部分に正電荷が集中していると考えられた。ラザフォードは、これを原子核と名付け、原子核の周りを回転する電子からなる原子模型を考えた。

しかし、原子核の周りを回転する電子は電磁波を放射しエネルギーを失ってしまう。このままでは電子の軌道半径が小さくなってしまふので、安定な原子が成立しない。ボーアはこれを補うために次の2つの仮定を考えた。

[仮定1]

原子には定常状態があり、この定常状態では電磁波を出さない。質量 m [kg]の電子の軌道半径を r [m]、速さを v [m]とおくと、電子波の波長は (1) となる。定常状態とは電子の円軌道の円周が電子波の波長の整数倍になるときで、 n 等を用いると $2\pi r =$ (2) …①を満たすときである。 n を量子数という。

[仮定2]

電子が現在のエネルギー準位からそれよりも低いエネルギー準位に移るとき、これらの差のエネルギーを持つ光子を放出する。高いエネルギー準位 E_n から低いエネルギー準位 $E_{n'}$ に電子が移るときに放出される光子の振動数を ν とすると、 $E_n - E_{n'} =$ (3) となる。

水素原子の原子模型について考えてみよう。電子の軌道半径を r [m]、速さを v [m]とし、電子について運動方程式を立てると (4) となる。この式と①式から v を消去すると $r =$ (5) となる。また、電子の運動エネルギーと位置エネルギーの和は k, r, e を用いて $E =$ (6) と表せる。(5) と (6) より r を消去すると $E =$ (7) となる。これを E_n とおく。 $n=1$ のときのエネルギーが最低で、このエネルギー状態を水素原子の (8) という。 $n=2, 3, \dots$ となるにつれて、エネルギーは大きくなる。この状態を (9) という。

電子が量子数 n の定常状態から量子数 n' ($n > n'$) の定常状態へ移るときに放出された光の波長を λ とすると、

$$\frac{1}{\lambda} = (10) \times \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

となる。(10) をリュードベリ定数という。

11 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。また、後の問にも答えよ。

原子は原子核とその周囲をまわり電気量 $-e$ [C]の電子 (electron) からなる。原子核には正の電気量をもつ陽子 (proton) と、電氣的に中性な中性子 (neutron) がある。これらの粒子は核子 (nucleon) と呼ばれる。原子核は原子の10万分の1程度の大きさで $10^{-15} \sim 10^{-14}$ [m]の大きさしかない。このような狭い空間内に複数の陽子が存在するとクーロン斥力が強くなる。しかし、原子核内の陽子はお互いに離れることはない。これは、陽子同士で核力と呼ばれる引力が働いているからである。

原子番号 Z の元素の原子核は (1) [C]の正電荷を持っている。中性子の個数を N とすると、原子核を構成する核子の総数 A は $A=Z+N$ となり、これを (2) という。同じ原子番号の元素でも中性子の数が異なる原子があり、これらを (3) という。水素の原子核 ${}^1\text{H}$ は陽子であり、原子核 ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$ はそれぞれ重陽子、三重陽子と言われる。

(1) 自然界に存在する ${}^{35}\text{Cl}$ と ${}^{37}\text{Cl}$ の存在比は3対1である。塩素の原子量を求めよ。

12 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。また、後の問にも答えよ。

ウランやラジウムのように自然界には不安定な原子核があり、放置していると粒子や電磁波などの放射線を出して別の原子核に変わる。この現象を (1) , 自然に放射線を出す性質を (2) , (2) をもつ同位体を (3) という。

放射線には α 線, β 線, γ 線などがある。 α 線の正体は (4) の原子核, β 線の正体は高エネルギーの (5) , γ 線は電磁波である。原子核から α 線を出して崩壊する現象を α 崩壊といい、この現象では原子の陽子数が (6) , 中性子数が (7) 。原子核から β 線を出して崩壊する β 崩壊は、原子核中の中性子が陽子に変わるときに β 線を出す。したがって、 β 崩壊では原子の陽子数が (8) , 中性子数が (9) 。 γ 崩壊では、原子の陽子数も中性子数も変化しない。

問1 ${}^{235}\text{U}$ が α 崩壊したあとの原子核、および、 ${}^{14}\text{C}$ が β 崩壊した後の原子核を記せ。

問2 ${}^{235}\text{U}$ が α 崩壊と β 崩壊を繰り返し安定な原子核 ${}^{207}\text{Pb}$ になった。 α 崩壊と β 崩壊の回数を求めよ。

13 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。また、後の問にも答えよ。ただし、 $\log_{10}2=0.301$ を用いて構わない。

原子核が崩壊によって他の原子核に変わるとき、もとの原子核の個数が半分になるまでの時間はそれぞれの原子核で決まっている。この時間を半減期という。初めの原子核の個数を N_0 , 時間 t 後に壊れないで残っている原子核の個数を N , 半減期を T とすると、

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\quad (1)}$$

が成り立つ。

炭素の同位体 ${}^{14}\text{C}$ は崩壊し ${}^{14}\text{N}$ になる。この ${}^{14}\text{N}$ は大気中の中性子と結びつき、再び ${}^{14}\text{C}$ に戻る。このため、大気中の ${}^{14}\text{C}$ 濃度は常に一定に保たれる。しかし、遺跡調査で発掘された木簡内の炭素は光合成できないため、新たに炭素を取り組むことができない。このため、木簡ができた(植物として枯れた)状態になってからは ${}^{14}\text{C}$ の濃度が木簡内では時間とともに減少していくことになる。 ${}^{14}\text{C}$ の半減期が5700[year]なので、木簡内の ${}^{14}\text{C}$ 濃度が大気中の濃度の4分の1になっていれば、この木簡は(2)年前にできたことが分かる。また、10分の1であれば、(3)年前にできたことが分かる。

14 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。

19世紀後半には光を伝える媒質としてエーテルという物質が空間中に存在していると考えられていた。地球の自転によってエーテルの風が起り、光の速度を測定すれば方向によっては差が出るものと考えられた。マイケルソンは干渉計を使ってこの速度の差を測定しようと思ったが、どんなに正確に測定してもこの差を観測することはできなかった。つまり、どの方向に進む光であっても速度は一定であった。

1905年、アインシュタインはこの観測結果を拠り所にして相対性理論を発表した。

- I：相対性原理（物理法則はどの慣性系から見ても同じ形である）
 II：光速不変の原理（光速はどの慣性系から見ても一定である）

この相対性理論を用いると質量 m は mc^2 のエネルギーと同等である。これを質量とエネルギーの等価性という。質量 m の物体の左右からエネルギー $\frac{U}{2}$ の光子2つが入射して吸収されると、物体のエネルギーは U

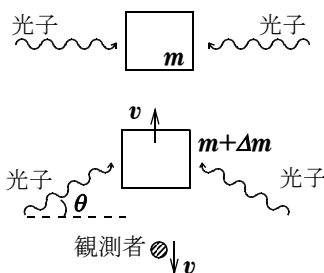
になる。また、運動量保存則から、光子を吸収した後の物体は静止したままである。

次に、図の下向きに速さ v で物体から遠ざかっている観測者から見て、物理法則を立ててみよう。光速不変の原理から、この観測者から見た光速は c であり、この光が図中の横方向となす角を θ とすると、 $\sin\theta =$ (1) となる。この θ 等を用いて、図の縦方向について運動量保存則を

立てると、(2) となる。ただし、物体は光子を吸収することでエネルギーを増すので、質量が Δm 増加したものとする。この式から計算すると、 U は Δm 、 c を用いて (3) と表せる。

一般に、核反応では、原子核の質量の和が反応の前後で変化する。この時の質量差に相当するエネルギーが核エネルギーとして解放される。 ${}^1_1\text{H} + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H}$ の核反応では (4) [kg] の質量が減少（質量欠損）している。この質量欠損分のエネルギーは (5) [J] = (6) [MeV] となる。ただし、陽子、リチウム原子核、 α 粒子の質量はそれぞれ 1.67262×10^{-27} [kg]、 11.64761×10^{-27} [kg]、 6.64466×10^{-27} [kg]、光速を 3.00×10^8 [m/s]、電気素量を 1.60×10^{-19} [C] とする。

次に、原子核の結合エネルギーを求めてみよう。原子番号 Z 、質量数 A の原子を考える。陽子の質量を m_p 、中性子の質量を m_n とすると核子がばらばらの状態での質量は (7) である。このばらばらの核子が原子核となったときの質量を m_0 とすると、原子核になったときには (8) [J] のエネルギーが解放される。(8) が結合エネルギーであり、核子 1 個当たりの結合エネルギーは (9) で最大になるので、この元素が最も安定していることが分かる。



15 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、電気素量を 1.60×10^{-19} [C] とする。

遅い中性子をウランに衝突させると核分裂し、クリプトンやバリウム、中性子などができる。核分裂で生成した中性子は高エネルギーで高速なためウランと衝突しても核分裂を起こさない。この速い中性子を水や重水に衝突させて遅くさせると、この中性子が次のウランに衝突し核分裂を起こす。このようにして、次々に核分裂が起こることを (1) という。

ウラン原子 1 つが核分裂を起こすと平均して 200 [MeV] = (2) [J] のエネルギーを放出する。ウランの原子量と 235 とすると、ウラン 1 [g] は分数で (3) [mol] である。したがって、ウラン 1 [g] が核分裂を起こしたとすると、約 (4) [J] のエネルギーが放出される。 0 [°C] の水 1 [g] を 100 [°C] にする（沸騰させる）に必要な熱量は 420 [J] なので、ウラン 1 [g] が核分裂するとの水を約 (5) [t] 沸騰させることができる。