物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.28
交流編
ブツリヨキワメヨ

1 次の式を変形し，空欄に適切な数値を$-\pi$からπ の範囲で入れよ。

(1) $\cos\omega t=\sin(\omega t+\boxed{})$
(2) $-\cos\omega t=\sin(\omega t+\boxed{})$
(3) $-\sin\omega t=\sin(\omega t+\boxed{})$

2 次の式を変形し，空欄に適切な数値を入れよ。

(1) $A\sin\omega t+B\cos\omega t=\boxed{}\sin(\omega t+\alpha)$，ただし，$\tan\alpha=\boxed{}$
(2) $A\sin\omega t-B\cos\omega t=\boxed{}\sin(\omega t-\alpha)$，ただし，$\tan\alpha=\boxed{}$

3 次の式を t で微分せよ。また，t で積分せよ。

(1) $A\sin t$
(2) $A\cos t$
(3) $A\sin\omega t$
(4) $A\cos\omega t$

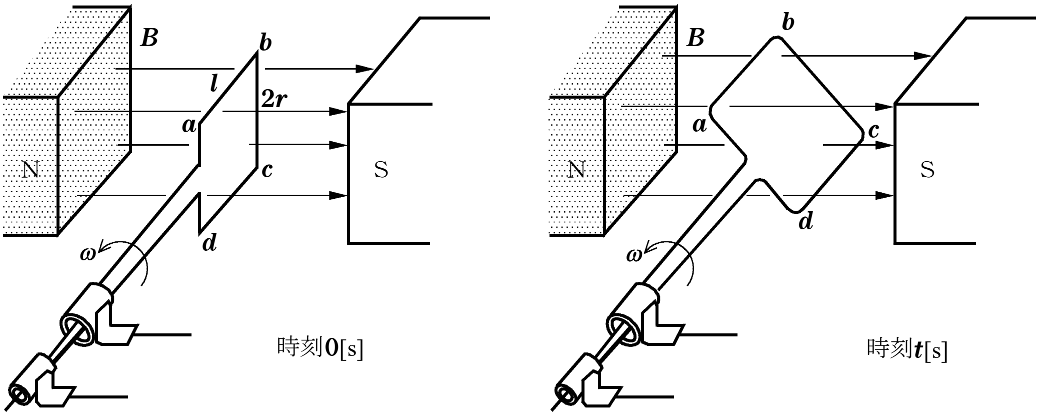
4 次の式の１周期にわたる時間平均を求めよ。

(1) $A\sin\omega t$
(2) $A\cos\omega t$
(3) $A\sin^2\omega t$
(4) $A\cos^2\omega t$

5　次の文章を読み，各問いに答えよ。

　図のような磁石が２つ置かれ，磁石間では磁束密度 $\boldsymbol{B}$[Wb/m^2]の一様な磁場が生じている。この中で，幅 $\boldsymbol{2r}$[m]，奥行き $\boldsymbol{l}$[m]のコイル $\boldsymbol{abcd}$ が辺 $\boldsymbol{bc}$ の中心と辺 $\boldsymbol{ad}$ の中心を通る直線を軸にして一定の角速度 $\boldsymbol{\omega}$[rad/s]で図の向きに回転させる。時刻 $\boldsymbol{0}$[s]で，コイルの面は磁場と垂直であるとする。ただし，必要とあれば，$\boldsymbol{x}$ が微小であるとき，$\boldsymbol{\sin x = x}$，$\boldsymbol{\cos x = 1}$ と近似できることを用いて構わない。

(1)　時刻 $\boldsymbol{t}$[s]でのコイルを貫く磁束を求めよ。
(2)　コイルに生じる誘導起電力を求めよ。
(3)　(2)を縦軸を電圧，横軸を時間にしたグラフに表せ。ただし，コイルの $\boldsymbol{d} \rightarrow \boldsymbol{c} \rightarrow \boldsymbol{b} \rightarrow \boldsymbol{a}$ に向かう電流を流そうとする向きを正とする。



時刻$\boldsymbol{0}$[s]　　　　時刻$\boldsymbol{t}$[s]

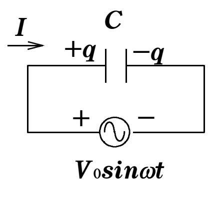
6　次の文章を読み，各問いに答えよ。

　電圧 $\boldsymbol{V=V_0 \sin\omega t}$[V]の交流電源に抵抗値 $\boldsymbol{R}$[Ω]の電気抵抗を接続した。

(1)　この回路について，キルヒホッフの第２法則を立てよ。ただし，回路に流れる電流を $\boldsymbol{I}$ とする。
(2)　電気抵抗に流れる電流値を $\boldsymbol{I=I_0 \sin(\omega t+\alpha)}$ としたとき，電流の最大値 $\boldsymbol{I_0}$ と位相のずれ $\boldsymbol{\alpha}$ を求めよ。
(3)　抵抗のリアクタンスを求めよ。
(4)　この回路の消費電力を $\boldsymbol{I_0}$，$\boldsymbol{V_0}$，$\boldsymbol{\omega}$，$\boldsymbol{t}$ を用いて表せ。
(5)　この回路の平均消費電力 $\overline{\boldsymbol{P}}$ を求めよ。
(6)　電流と電圧の実効値 $\boldsymbol{I_e}$，$\boldsymbol{V_e}$ を用いて $\overline{\boldsymbol{P}}$ を表せ。

7　次の文章を読み，各問いに答えよ。

　電圧 $\boldsymbol{V=V_0 \sin\omega t}$[V]の交流電源に電気容量 $\boldsymbol{C}$[F]のコンデンサーを接続した。

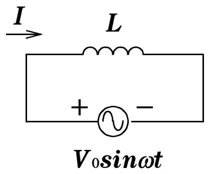


(1)　この回路について，キルヒホッフの第２法則を立てよ。ただし，コンデンサーに蓄えられている電気量を $\boldsymbol{q}$[C]とする
(2)　コンデンサーに流れる電流値を $\boldsymbol{I=I_0 \sin(\omega t+\alpha)}$ としたとき，電流の最大値 $\boldsymbol{I_0}$ と位相のずれ $\boldsymbol{\alpha}$ を求めよ。
(3)　コンデンサーのリアクタンスを求めよ。
(4)　この回路の消費電力を $\boldsymbol{I_0}$，$\boldsymbol{V_0}$，$\boldsymbol{\omega}$，$\boldsymbol{t}$ を用いて表せ。
(5)　この回路の平均消費電力 $\overline{\boldsymbol{P}}$ を求めよ。

8 次の文章を読み，各問いに答えよ。

電圧 $V = V_0 \sin \omega t$[V]の交流電源に自己インダクタンス L[H]のコイルを接続した。

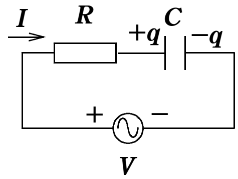
(1) この回路について，キルヒホッフの第２法則を立てよ。ただし，コイルに流れる電流が Δt[s]の間に ΔI[A]だけ増加したものとする。
(2) コイルに流れる電流値を $I = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$ としたとき，電流の最大値 I_0 と位相のずれ α を求めよ。
(3) コイルのリアクタンスを求めよ。
(4) この回路の消費電力を I_0，V_0，ω，t を用いて表せ。
(5) この回路の平均消費電力 $\overline{P}$ を求めよ。



9 次の文章を読み，各問いに答えよ。

電流値 $I = I_0 \sin \omega t$[A]の交流電源に抵抗値 R[Ω]の電気抵抗と電気容量 C[F]のコンデンサーを直列に接続した。

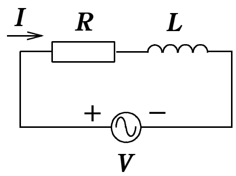
(1) この回路について，キルヒホッフの第２法則を立てよ。ただし，電源の電圧を V，コンデンサーに蓄えられている電気量を q[C]とする。
(2) コンデンサーにかかる電圧を I_0，C，ω，t を用いて表せ。
(3) 電源に流れる電圧値 $V = V_0 \sin(\omega t + \alpha)$ としたとき，電圧の最大値 V_0 と $\tan\alpha$ を求めよ。
(4) この回路の電流と電圧の実効値 I_e，V_e を求めよ。
(5) この回路のインピーダンスを求めよ。
(6) この回路の平均消費電力 $\overline{P}$ を求めよ。
(7) $\overline{P} = I_e V_e \times$（　　　）で表される。空欄に入る式を α を用いて表せ。



10 次の文章を読み，各問いに答えよ。

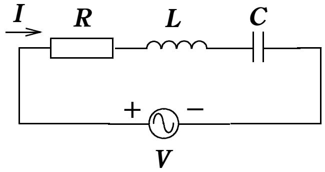
電流値 $I = I_0 \sin \omega t$[A]の交流電源に抵抗値 R[Ω]の電気抵抗と自己インダクタンス L[H]のコイルを直列に接続した。

(1) この回路について，キルヒホッフの第２法則を立てよ。ただし，電源の電圧を V，コイルに流れる電流が Δt[s]の間に ΔI[A]だけ増加したものととする。
(2) コイルに生じる自己誘導による起電力を I_0，L，ω，t を用いて表せ。
(3) 電源の電圧値 $V = V_0 \sin(\omega t + \alpha)$ としたとき，電圧の最大値 V_0 と $\tan\alpha$ を求めよ。
(4) この回路の電流と電圧の実効値 I_e，V_e を求めよ。
(5) この回路のインピーダンスを求めよ。
(6) この回路の平均消費電力 $\overline{P}$ を求めよ。
(7) $\overline{P} = I_e V_e \times$（　　　）で表される。空欄に入る式を α を用いて表せ。



11 次の文章を読み，各問いに答えよ。

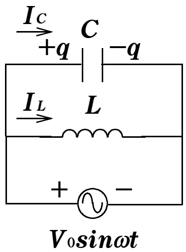
電流値 $\boldsymbol{I=I_0\sin\omega t}$[A]の交流電源に抵抗値 $\boldsymbol{R}$[Ω]の電気抵抗，自己インダクタンス $\boldsymbol{L}$[H]のコイル，そして，電気容量 $\boldsymbol{C}$[F]のコンデンサーを直列に接続した。



(1)　この回路について，キルヒホッフの第２法則を立てよ。ただし，電源の電圧を $\boldsymbol{V}$，コンデンサーに蓄えられている電気量を $\boldsymbol{q}$[C]，コイルに流れる電流が $\boldsymbol{\Delta t}$[s]の間に $\boldsymbol{\Delta I}$[A]だけ増加したものとする。
(2)　電源に流れる電圧値 $\boldsymbol{V=V_0\sin}$（$\boldsymbol{\omega t+\alpha}$）としたとき，電圧の最大値 $\boldsymbol{V_0}$ と $\boldsymbol{\tan\alpha}$ を求めよ。
(3)　電源電圧の実効値 $\boldsymbol{V_e}$ を $\boldsymbol{I_e}$ 等を用いて表せ。
(4)　この回路のインピーダンスを求めよ。
(5)　電源の電圧の振幅を一定に保ちながら角周波数を変えていくと，$\boldsymbol{\omega=\omega_0}$ で電源に流れる電流の振幅が最大になった。$\boldsymbol{\omega_0}$ を求めよ。また，このときの周波数も求めよ。

12 次の文章を読み，各問いに答えよ。

電圧 $\boldsymbol{V=V_0\sin\omega t}$[V]の交流電源に自己インダクタンス $\boldsymbol{L}$[H]のコイルと電気容量 $\boldsymbol{C}$[F]のコンデンサーを並列に接続した。ただし，時刻 $\boldsymbol{t}$[s]でのコイルとコンデンサーに流れる電流をそれぞれ $\boldsymbol{I_L}$，$\boldsymbol{I_C}$ とする。



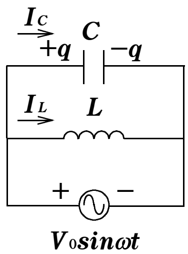
(1)　$\boldsymbol{I_L}$ を求めよ。
(2)　コイルに流れる電流値 $\boldsymbol{I_L=I_{L0}\sin(\omega t+\alpha)}$ としたとき，電流の最大値 $\boldsymbol{I_{L0}}$ と位相のずれ $\boldsymbol{\alpha}$ を求めよ。
(3)　コイルのリアクタンスを求めよ。
(4)　$\boldsymbol{I_C}$ を求めよ。
(5)　コンデンサーに流れる電流値 $\boldsymbol{I_C=I_{C0}\sin}$（$\boldsymbol{\omega t+\alpha}$）としたとき，電流の最大値 $\boldsymbol{I_{C0}}$ と位相のずれ $\boldsymbol{\alpha}$ を求めよ。
(6)　電源に流れる電流の最大値 $\boldsymbol{I_0}$ を求めよ。
(7)　回路のインピーダンスを求めよ。
(8)　電源電圧の角周波数を変えていくと，$\boldsymbol{\omega=\omega_0}$ で電源に流れる電流値 $\boldsymbol{I}$ が $\boldsymbol{0}$ になった。$\boldsymbol{\omega_0}$ を求めよ。また，このときの周波数も求めよ。

13 次の文章を読み，各問いに答えよ。

なめらかな水平面上でばね定数 $\boldsymbol{k}$[N/m]のばねを固定し他端に質量 $\boldsymbol{m}$[kg]の物体をとりつけ単振動させた。時刻 $\boldsymbol{t}$[s]での物体の速さを $\boldsymbol{v}$[m/s]，ばねの伸びを $\boldsymbol{x}$[m]とし，また時刻 $\boldsymbol{t+\Delta t}$[s]での速さを $\boldsymbol{v+\Delta v}$[m/s]とする。このとき，物体について運動方程式を立てると

$$\boldsymbol{m\frac{\Delta v}{\Delta t}} = (\quad 1 \quad)\cdots①$$

となる。

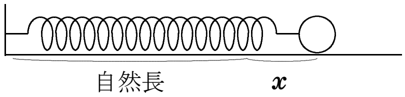


次に，電気容量 $\boldsymbol{C}$[F]のコンデンサーを自己インダクタンス $\boldsymbol{L}$[H]のコイルにつないだところ，コイルに電流が流れた（共振回路）。時刻 $\boldsymbol{t}$[s]でのコイルに流れる電流を $\boldsymbol{i}$[A]，コンデンサーに蓄えられている電気量を $\boldsymbol{q}$[C]とする。時刻 $\boldsymbol{t+\Delta t}$[s]ではコイルに流れる電流は $\boldsymbol{i+\Delta i}$[A]になった。この回路についてキルヒホッフの第２法則を立てると

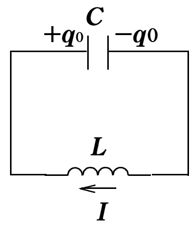
$$\boldsymbol{L\frac{\Delta i}{\Delta t}} = (\quad 2 \quad)\cdots②$$

となる。

式①，②を比較すると単振動での速さ $\boldsymbol{v}$ は共振回路における（　３　）に対応し，質量 $\boldsymbol{m}$ は（　４　），ばね定数 $\boldsymbol{k}$ は（　５　）に対応している。これより，共振回路の周波数は（　６　）と求まる。



14　次の文章を読み，各問いに答えよ。



q_0[C]の電気量が蓄えられた電気容量 C[F]のコンデンサーと自己インダクタンス L[H]のコイル，そして，スイッチをつないで回路を作った。

(1)　スイッチをつないだ瞬間のコイルに流れる電流の値を求めよ。
(2)　コイルに流れる電流の最大値を求めよ。
(3)　スイッチをつないでから，コイルに流れる電流の強さが初めて最大になるまでの時間を求めよ。
(4)　(3)のとき，コンデンサーの電圧を求めよ。

15　次の文章を読み，各問いに答えよ。

変圧器の１次側に実効値 **100**[V]の交流電源をつなぎ，２次側には **10**[Ω]の電気抵抗をつないだところ，実効値 **0.1**[A]の電流が電気抵抗に流れた。

(1)　１次コイルと２次コイルの巻き数の比を求めよ。
(2)　１次コイルに流れる電流の実効値を求めよ。

16　次の文章を読み，各問いに答えよ。

電気容量 C[F]，q_0[C]の電気量が蓄えられたコンデンサーを自己インダクタンス L[H]のコイルにつないぐと，電流が流れ，コンデンサーの電気量が変化し，コンデンサー内の電場が変化した。この変化の周期は振動回路の周期に等しく（　1　）となる。また，この電場の変化が磁場の変化を生み，この磁場の変化が新たに電場の変化を生む。このようにして，電場と磁場の変化が空間中に伝わっていく。この波を（　2　）という。マクスウェルの理論によると，真空の透磁率 μ_0 を，誘電率を ε_0 とすると，（　2　）の伝わる速さ c [m/s]は，

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

である。光もこの（　2　）の一種であり，可視光線より波長が短いものには紫外線，X線などがあり，波長が長いものには赤外線，電波などがある。

また，（　2　）は波の性質を持つので障害物にぶつかると（　3　）し，障害物の後ろに回りこむ。この現象は波長が長い方が顕著である。

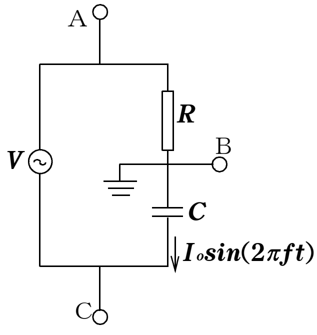
【チャレンジ問題】

17　次の文章を読み，各問いに答えよ。

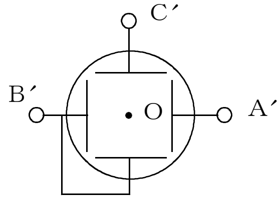
（図１）のように，抵抗値 $\boldsymbol{R}$[Ω]の電気抵抗，電気容量 $\boldsymbol{C}$[F]のコンデンサーと交流電源を直列につなぎ回路を作った。（図１）の向きに回路中を流れる電流が $\boldsymbol{I=I_0 sin(2\pi ft)}$で表される。ここで，$\boldsymbol{f}$ は交流電源の周波数，$\boldsymbol{t}$ は時刻を表している。（図１）中の点Ａと点Ｃの電位はそれぞれ（　１　），（　２　）である。ただし，点Ｂは接地している。

次に，（図２）のようなブラウン管の端子を用意し，極板Ａ′，Ｂ′，Ｃ′に電圧をかけられるようにした。このとき，端子の中心Ｏを各極板と平行に入射した荷電粒子は，極板Ａ′Ｂ′（図２中の横方向）によって加速されるとスクリーン上の $\boldsymbol{x}$ 軸方向に，極板Ｃ′Ｂ′（図２中の縦方向）によって加速されると $\boldsymbol{y}$ 軸方向に曲げられて進んだ。荷電粒子がスクリーン上に到達すると，蛍光面のスクリーン上ではその点が輝いて見える。以下では，この点を光点と呼ぶ。光点の原点からの変位は各極板間の電圧に比例する。その比例定数を $\boldsymbol{k}$ とおくと，極板Ｂ′に対する極板Ａ′と極板Ｃ′の電位がともに $\boldsymbol{V}$ のとき，光点の座標は$(\boldsymbol{kV},\ \boldsymbol{kV})$となる。いま，（図１）中の点Ａ，Ｂ，Ｃをそれぞれ（図２）中の点Ａ′，Ｂ′，Ｃ′につなぐと，光点の座標は（　３　）となる。これより，光点は時間によって位置を変えることが分かる。このとき，光点は $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ 等を用いると軌跡（　４　）上の点を通過する。

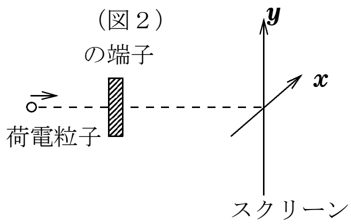
（図１）の電気抵抗の位置に自己インダクタンス $\boldsymbol{L}$[H]のコイルをつなぐと，光点は $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ 等を用いると軌跡（　５　）上の点を通過する。



（図１）



（図２）



（図３）