

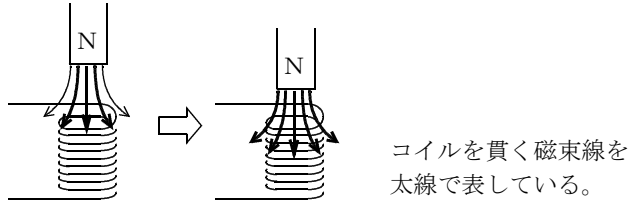
1

- (1) **イ** (2) **ア** (3) **ア** (4) **イ** (5)① **ア** ② **イ**

物理的思考

磁場はN極をその場所に置いたときにN極が受ける磁力で表されるので、磁石のN極から出てS極へと入る向きになっている。したがって、(1)でコイルの中心部分にできている磁場は下向きになっている。電磁誘導では物質による磁場の影響(透磁率)を考えないといけないので、ここでは、磁場ではなく磁束密度、そして、磁力線ではなくて磁束線を用いる。磁束密度は磁場の透磁率倍なので向きに変化はない。

磁石をコイルに近づけることでコイルを貫く磁束線の本数(磁束)がどのように変化するかを次の図に示している。



ここで分かるように、コイルを貫く「下向き」の磁束が増えている。レンツが考えたのは、この変化を妨げる向き、つまり、「上向き」に磁場を作るような誘導電流が流れるということである。右ねじの法則から親指を上に向けると、残りの4本の指が電流の向きを表す。これより、答えがイと分かる。

[誘導電流の向きの求め方]

- ① 磁束の変化を調べる。
- ② ①の変化を妨げる向きを特定する。(レンツの法則)
- ③ ②の向きに右手の親指を合わせて、残りの4本の指が巻く向きが誘導電流の向きとなる。
- ④ 誘導起電力の向きは誘導電流の向きから決まるので、ファラデーの法則で求める起電力は大きさのみでよい。

2

- (1) ($H = \frac{I}{2\pi r}$) から考えると、磁場 H の単位は[A/m]となる。これと ($f = mH$) より、単位に注目する

と、

$$[N] = [Wb] \times [A/m]$$

となるので、 $[Wb] = \frac{[Nm]}{[A]}$ と分かる。

- (2) ($F = \mu H I l$) より、単位に注目すると、

$$[N] = [\text{透磁率}] \times [A/m] \times [A] \times [m]$$

となるので、 $[\text{透磁率}] = \frac{[N/A^2]}{[m]}$ と分かる。

- (3) ($B = \mu H$) より、単位に注目すると、

$$[\text{磁束密度}] = [N/A^2] \times [A/m] = \frac{[N]}{[Am]}$$

と分かる。また、(1)より、 $[\text{磁束密度}] = \frac{[Wb/m^2]}{[m]}$ となる。

- (4) ($\phi = BS$) より、単位に注目すると、(3)の結果を用いて、

$$[\text{磁束}] = [N/Am] \times [m^2] = \frac{[Nm]}{[A]}$$

と分かる。同様に考えて、 $[\text{磁束}] = [Wb]$ となる。

(5) ($f=qE$) より、単位に注目すると、[電場]=[N/C]と分かる。

(6) ($I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$) より、単位に注目すると、

$$[A]=[C] \div [s]$$

となるので、[C]=[As]と分かる。

(7) (5)と(6)より、[電場]=[N/As]と分かる。

(8) ($V=Ed$) より、単位に注目すると、

[電場]=[V] \div [m]=[V/m]と分かる。これと(7)より、[V]=[Nm/As]となる。

(9) (4)と(8)より、[磁束]=[Vs]と分かる。

(10) ファラデーの法則 ($V=-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$) より、単位に注目すると、

$$[\text{右辺}]=[Vs] \div [s]$$

より、[右辺]=[V]となっていることが分かる。

3

(1) ($\Phi=BS$) より、磁束の変化量 $\Delta \Phi$ は $\Delta \Phi=4.0 \times (0.40)^2=0.64$ [Wb] となる。

(2) ファラデーの法則 ($V=-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$) より、

$$\frac{0.64}{2.0} = -0.32 \text{ [V]}$$

と求まる。

(3) 磁束の変化を調べると紙面裏から表向きに増えている。レンツの法則より、この変化を妨げる向きの磁場を作る誘導電流が流れる。右ねじの法則から、このときの誘導電流の向きは時計回りと分かる。

キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$0.32 = I \times 2.0 \Leftrightarrow I = 1.6 \times 10^{-1} \text{ [A]}$$

となる。

(4) コイルの巻き数が 100 倍になり、誘導起電力が 100 倍になるだけなので、16 [A] となる。

(5) コイルに流れる電流と磁場の向きをフレミングの左手の法則に適用すると、コイルの各辺は コイルの中心向き に力を受けている。

4

(1) ($\Phi=BS$) より、磁束の変化量 $\Delta \Phi$ は $\Delta \Phi=(B+\Delta B)S-BS=S\Delta B$ [Wb] となる。

(2) ファラデーの法則 ($V=-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$) より、

$$\left| -nI \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{nIS\Delta B}{\Delta t}$$

となる。

(3) 磁束の変化が紙面上向きなので、妨げる向きは紙面下向きとなる。右ねじの法則から、コイル内をAからB (上から下) の向きに誘導電流が流れる。誘導起電力が生じているのはコイル部分なので、コイルが電池になっていると考え、B側の電位が高くなっていると考えられる。

□ ■ 物理的思考 ■ □

磁束の変化 $\Delta\Phi$ は正確に考える習慣を付けたい。磁束密度と磁束が貫くコイルの面積がともに変化するときには次の式で表される。

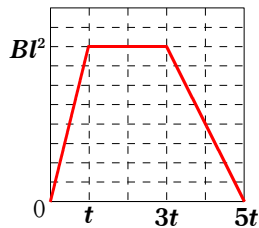
$$\Delta\Phi = (B+\Delta B)(S+\Delta S) - BS$$

磁束密度が一定の時は $\Delta B=0$ となり、 $\Delta\Phi = B\Delta S$ となる。また、磁束が貫くコイルの面積が一定の時は $\Delta S=0$ となり、 $\Delta\Phi = S\Delta B$ となる。結果だけを覚えることのないようにしたい。

5

- (1) 0[s]から t [s]にかけては、紙面裏から表向きの磁束が増えているので、妨げる向きは紙面表から裏向きとなる。右ねじの法則から、流れる電流は**時計回り**となる。
 t [s]から $3t$ [s]では磁束の変化がないので誘導電流が**流れない**。
 $3t$ [s]から $5t$ [s]にかけては、紙面裏から表向きの磁束が減っている所以、妨げる向きは紙面裏から表向きとなる。右ねじの法則から、流れる電流は**反時計回り**となる。

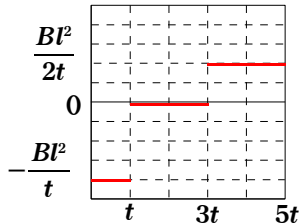
- (2) ($\Phi = BS$) より、磁束密度に面積 l^2 を描けばよいだけなので、次のようなグラフになる。



- (3) ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、それぞれの区間での誘導起電力の大きさは、

$$\frac{Bl^2}{t}, 0, \frac{Bl^2}{2t}$$

となる。題意では、反時計回りに誘導電流を流そうとする誘導起電力を正としているので、グラフは次のようになる。



※ファラデーの法則の式の形からも分かるように、1 巻きコイルの場合は磁束の時間変化のグラフ ((2) の答え) の傾きが誘導起電力を表していることが分かる (正確には傾きの-1 倍)。

6

- (1) 導体棒、レール、および、抵抗で囲まれた部分がコイルを形成している。導体棒が右向きに進むことでコイルの面積が増え、紙面表から裏向きの磁束が増えることから誘導起電力が生じている。この磁束の変化を妨げる向きは紙面裏から表向きなので、右ねじの法則から**反時計回りの誘導電流**(2)が流れる。一方、磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、もとの面積を S とすると、導体棒が進む距離から Δt で面積が $lv\Delta t$ 増加するので、($\Phi = BS$) より、

$$\Delta\Phi = B(S+lv\Delta t) - BS = Blv\Delta t$$

となる。ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、

$$V = Blv$$

となる。

(2) 反時計回り

(3) キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$Blv = IR \Leftrightarrow I = \frac{Blv}{R}$$

と求まる。

(4) ($F = BIl$) より、

$$F = B \frac{Blv}{R} l = \frac{B^2 l^2 v}{R} [\text{N}]$$

となる。向きはフレミングの左手の法則より、紙面左向きとなっている。

※レンツの法則の考えと同じように、導体棒の右向きの運動を妨げている。

(5) 一定の速さを保つためには力をつり合わせないといけない。したがって、紙面右向きに大きさ $\frac{B^2 l^2 v}{R}$ の力を加えればよい。

(6) (仕事 = 力 × 距離) より、

$$W = \frac{B^2 l^2 v}{R} \times v \Delta t [\text{J}]$$

となる。仕事率は単位時間当たりの仕事なので、

$$P = \frac{(Blv)^2}{R} [\text{W}] \quad ([\text{J/s}])$$

となる。

(7) エネルギー保存則より、外部からした仕事は何らかのエネルギーに変わっている。一定の速さで進んでいることから運動エネルギーは変化していない。また、抵抗に電流が流れていることからジュール熱が発生している。したがって、抵抗で発生するジュール熱へと変換された。

※抵抗で発生するジュール熱は、($Q = IVt$) より、

$$Q = \frac{Blv}{R} \times Blv \times \Delta t$$

となっている。単位時間当たりでは、

$$\frac{(Blv)^2}{R}$$

となり、外部から加える力のする仕事に等しくなっている。

7

(1) Bev [N]

(2) 導体棒の動きから自由電子の動きが紙面右向きと判断できるので、自由電子の動きから電流の向きが紙面左向きと判断できる。フレミングの左手の法則から、ローレンツ力は $\underline{P \rightarrow Q}$ の方向に働いていることが分かる

(3) 自由電子がローレンツ力を受けて $P \rightarrow Q$ へ移動することから、導体棒のQ側は負に、P側は正に帯電する。これにより、Pの方が電位が高くなっている。

(4) 導体棒のQ側は負に、P側は正に帯電していることから、 $\underline{P \rightarrow Q}$ 方向の電場が生じている。

(5) 電場から受ける力 ($f = qE$) とローレンツ力が釣り合うことから、

$$eE = Bev \Leftrightarrow E = Bv$$

(6) ($V = Ed$) より、 $\underline{V = Blv}$ と求まる。

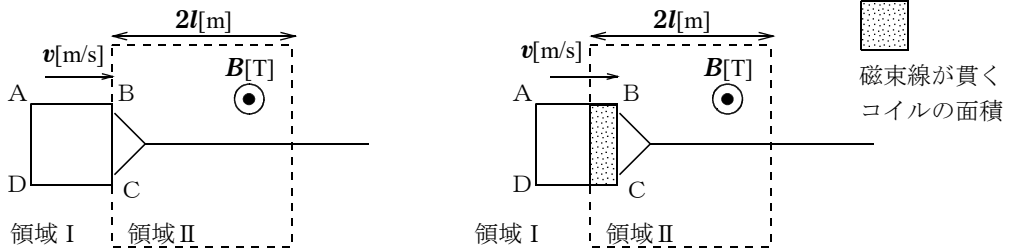
□ ■ 物理的思考 ■ □

磁束密度 B の磁場中を長さ l の導体棒が速さ v で磁場に垂直に横切ると、導体棒に生じる誘導起電力は Blv [V] となる。この形は多くの問題で出題され、覚えているだけで得点できる。しかし、出題者としては、これを暗記に頼らず解いているかどうかを確認したいところなので、誘導起電力の形が Blv とならないようにしてくる場合もある。このような難しい問題に対応するためにも、ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) やローレンツ力と電場のつり合いから誘導起電力を求める習慣をつけたい。

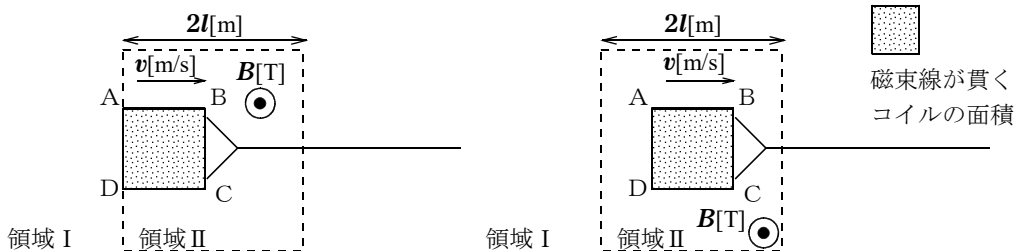
8

- (1) 点線で囲まれた領域 II にのみ紙面裏から表向きの磁束線が設定されている。コイル全体が領域 I にある場合はコイルを貫く磁束は存在していない。コイルが領域 II に入り出すと、コイルを貫く紙面裏から表向きの磁束線の本数 (磁束) が増えていく。

時刻 0 [s] から $\frac{l}{v}$ [s] まではコイルが領域 I から領域 II に入っていくので、磁束線が貫くコイルの面積は増えていく。時刻 t [s] ($< \frac{l}{v}$) では、時刻 0 [s] から vt [m] 進んでいるので、磁束線がコイルを貫く面積は lvt [m²] となっている。したがって、磁束は ($\Phi = BS$) より、 $Blvt$ [Wb] (…①) と分かる。

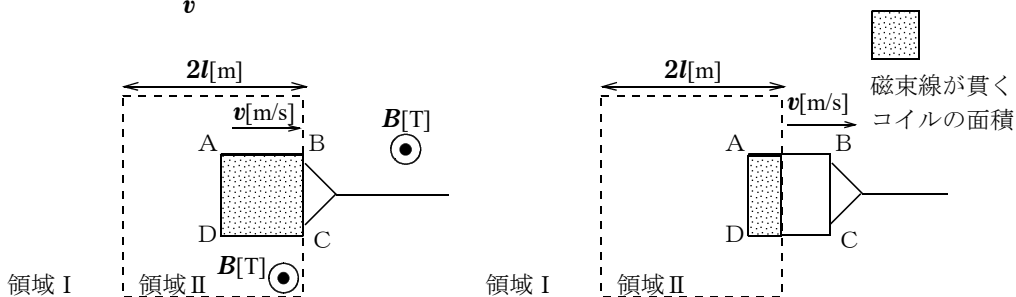


時刻 $\frac{l}{v}$ [s] から $\frac{2l}{v}$ [s] まではコイル全体が領域 II に入っているため、磁束線がコイルを貫く面積は l^2 [m²] で一定となっているので、磁束は ($\Phi = BS$) より、 Bl^2 [Wb] (…②) で一定となっている。

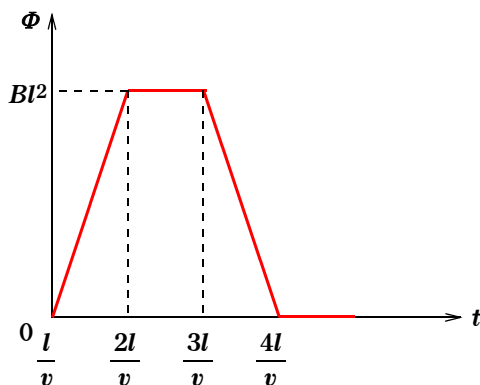


時刻 $\frac{2l}{v}$ [s] 以降では、コイルが領域 II から領域 I に出ているので、磁束線がコイルを貫く面積は減っていく。速さは一定なので、時刻 0 [s] から $\frac{l}{v}$ [s] ままでと反対に考えればよい。

※時刻 t [s] ($> \frac{2l}{v}$) では、時刻 0 [s] から vt [m] 進んでいるので、磁束線がコイルを貫く面積は $l(4l-vt)$ [m²] となっている。したがって、磁束は ($\Phi=BS$) より、 $\underline{Bl(4l-vt)}$ [Wb] (…③) と分かる。ただし、コイルが領域 I に完全に入る時刻 $\frac{3l}{v}$ [s] 以降は磁束が 0 となる。



以上①～③をグラフにすると、次の図のようになる。



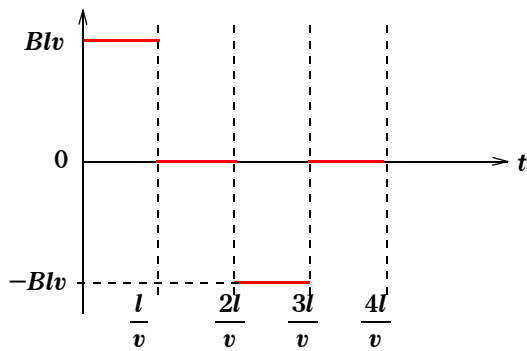
(2) 時刻 0 [s] から $\frac{l}{v}$ [s] までは、磁束の変化 $\Delta\Phi$ は ($\Phi=BS$) より、 $\Delta\Phi = Blv(t+\Delta t) - lvt = Blv\Delta t$ となる。

ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、 $\underline{V = Blv}$ (…④) となる。磁束の変化は紙面裏から表向きになっているので、この変化を妨げる向きが紙面表から裏向きとなっている。右ねじの法則より、誘導電流の向きは 時計回り となっている。

時刻 $\frac{l}{v}$ [s] から $\frac{2l}{v}$ [s] までは、磁束は一定なので磁束の変化はない。したがって、誘導起電力は 0 (…⑤) となる。

時刻 $\frac{2l}{v}$ [s] 以降では、磁束の変化 $\Delta\Phi$ は時刻 0 [s] から $\frac{l}{v}$ [s] の区間と反対で、 $\Delta\Phi = -Blv\Delta t$ となる。ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、 $\underline{V = Blv}$ (…⑥) となる。磁束は紙面裏から表向きが減っている所以、この変化を妨げる向きが紙面裏から表向きとなっている。右ねじの法則より、誘導電流の向きは 反時計回り となっている。

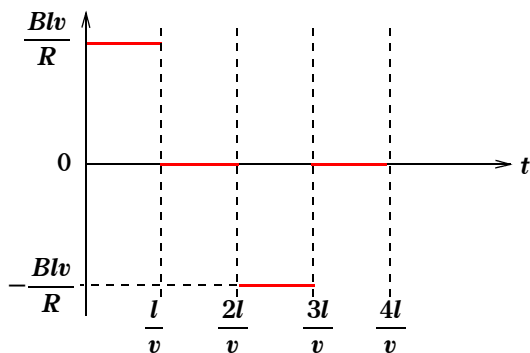
以上④～⑥をグラフにすると、次の図のようになる。



(3) キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) $=\Sigma$ (電圧降下)) より、

$$Blv = IR \Leftrightarrow I = \frac{Blv}{R}$$

となる。電流の向きに注意すると、次の図のようになる。



(4) 磁場中に電流が流れると電磁力が働く。コイルの辺ABと辺CDに流れる電流は逆向きなので、働く電磁力も反対になり打ち消し合う。よって、辺BCと辺DAに働く力だけを考えればよい。

時刻 0 [s] から $\frac{l}{v}$ [s] までは、辺BCには紙面下向きに $\frac{Blv}{R}$ [A] の誘導電流が流れるのでフレミングの左

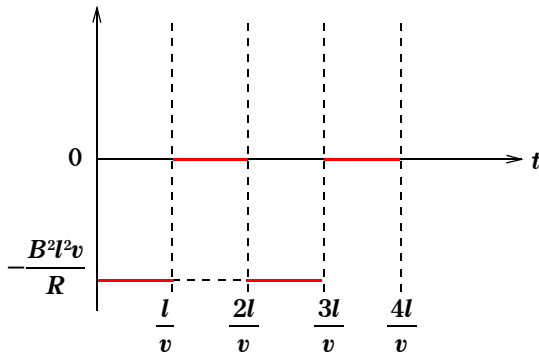
手の法則から 紙面左向き に電磁力を受ける。大きさは ($F = BIl$) より、 $\frac{B^2 l^2 v}{R}$ [N] となる。

※辺DAは磁場が無い空間なので電磁力は働かない。

時刻 $\frac{l}{v}$ [s] から $\frac{2l}{v}$ [s] までは誘導電流が流れないので電磁力は 0 となる。

時刻 $\frac{2l}{v}$ [s] 以降では、辺 DA には紙面下向きに $\frac{Blv}{R}$ [A] の誘導電流が流れるのでフレミングの左手の法

則から 紙面左向き に電磁力を受ける。大きさは $(F=BIl)$ より、 $\frac{B^2l^2v}{R}$ [N] となる。



9

- (1) 磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、もとの面積を S とすると、導体棒が進む距離から Δt で面積が $v\Delta t$ 増加するので、 $(\Phi=BS)$ より、

$$\Delta\Phi = B(S+lv\Delta t) - BS = Blv\Delta t$$

となる。ファラデーの法則 $(V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ より、

$$V = Blv$$

となる。

- (2) キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$Blv = IR \Leftrightarrow I = \frac{Blv}{R}$$

となる。また、鉛直上向きの磁束が増えているので、妨げる向きは鉛直下向きとなる。右ねじの法則から、誘導電流の向きは時計回りとなる。フレミングの左手の法則から、電磁力の向きは紙面左向きとなり、大きさは $(F=BIl)$ より、 $\frac{B^2l^2v}{R}$ となる。

- (3) 一定の速さになっているので導体棒に働く力、および、おもりに働く力はつり合っている。これより、

$$\frac{B^2l^2v}{R} = Mg \Leftrightarrow v = \frac{MgR}{B^2l^2}$$

となる。

- (4) $(Q=IVt)$ より、 $\frac{Blv}{R} \times Blv \times 1 = \frac{(Blv)^2}{R}$ となる。

- (5) エネルギー保存則より、抵抗で発生したジュール熱は何らかのエネルギーから供給されたものである。一定の速さで進んでいることから運動エネルギーは変化していない。また、おもりの位置が低くなっていることから位置エネルギーが減少している。したがって、抵抗で発生するジュール熱は おもりの位置エネルギーの減少分 (おもりに働く重力がした仕事) から供給されたと考えられる。

おもりは単位時間当たり v だけ位置を低くするので、位置エネルギーの減少量は、

$$Mgv = \frac{B^2l^2v}{R} \times v = \frac{(Blv)^2}{R}$$

となり、(4)で求めた単位時間当たりに生じるジュール熱と等しくなっている。

(6) 導体棒と物体に働く力は次の図の通りとなるので、運動方程式 ($ma=f$) を立てると、

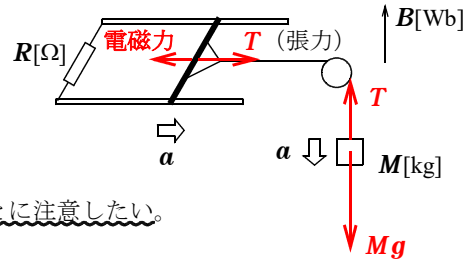
$$\text{導体棒: } ma = T - \frac{B^2 l^2 v'}{R}$$

$$\text{物体: } Ma = Mg - T$$

2式を連立して解くと、

$$a = \frac{Mg}{m+M} - \frac{B^2 l^2 v'}{(m+M)R}$$

※ここでは加速度が生じているので、 $T=Mg$ とならないことに注意したい。



10

(1) 落とした瞬間の速さは 0 なので、コイル部分を貫く磁束は変化しない。したがって、誘導電流は流れず電磁力は働かないので、導体棒に働く力は重力だけとなる。したがって、加速度は g となる。

(2) 磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、もとの面積を S とすると、導体棒が進む距離から Δt で面積が $v\Delta t$ 増加するので、($\Phi=BS$) より、

$$\Delta\Phi = B(S + lv\Delta t) - BS = Blv\Delta t$$

となる。ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、 $V = Blv$ となる。キルヒホッフの第2法則

(Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$Blv = IR \Leftrightarrow I = \frac{Blv}{R}$$

となる。また、右向きの磁束が増えているので、妨げる向きは左向きとなる。右ねじの法則から、誘導電流の向きは導体棒を右から左へと向かう向きとなる。フレミングの左手の法則から、電磁力の向きは上向きとなり、大きさは ($F = BIl$) より、 $\frac{B^2 l^2 v}{R}$ となる。導体棒には下向きの重力 mg が働いているので、

$$\text{合力は } mg - \frac{B^2 l^2 v}{R} \text{ となる。}$$

(3) 運動方程式 ($ma=f$) より、

$$ma = mg - \frac{B^2 l^2 v}{R} \Leftrightarrow a = g - \frac{B^2 l^2 v}{mR}$$

となる。

(4) 一定の速さなので加速度 a が 0 となる。(3)より、

$$0 = g - \frac{B^2 l^2 V}{mR} \Leftrightarrow V = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$

となる。

(5) 単位時間あたりに進む距離は V なので、(仕事=力×距離)より、

$$W = mgV$$

となる。

(6) ($Q = IVt$) より、

$$\frac{BIV}{R} \times BIV \times 1 = mgV \quad (\because (4))$$

となる。

11

- (1) レール，抵抗，および，導体棒でできるコイルを貫く磁場の磁束密度の強さは $B\cos\theta$ となっている。磁束の変化 $\Delta\Phi$ は，もとの面積を S とすると，導体棒が進む距離から Δt で面積が $v\Delta t$ 増加するので， $(\Phi=BS)$ より，

$$\Delta\Phi = B\cos\theta (S+lv\Delta t) - B\cos\theta S = Blv\cos\theta \Delta t$$

となる。ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より， $V = Blv\cos\theta$ となる。

- (2) コイルの面に垂直で上方向の磁束が減っているので，妨げる向きはコイルの面に垂直で上方向となる。右ねじの法則から，誘導電流の向きは導体棒を $a \rightarrow b$ と向かう向きとなる。

- (3) キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より，

$$Blv\cos\theta = IR \Leftrightarrow I = \frac{Blv\cos\theta}{R}$$

となる。

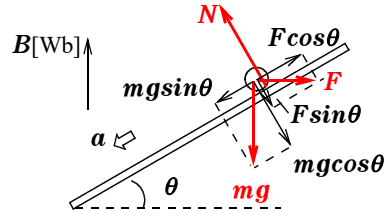
- (4) フレミングの左手の法則から，電磁力の向きは右向きとなり，大きさは ($F = BIl$) より， $\frac{B^2 l^2 v \cos\theta}{R}$

となる。

- (5) 導体棒に働く力を描くと次の図のようになるので，斜面に対して垂直な方向について，力のつり合いの式を立てると (図中の F は(4)で求めた電磁力)，

$$N = mg\cos\theta + \frac{B^2 l^2 v \sin\theta \cos\theta}{R}$$

となる。



- (6) 斜面平行な方向について，運動方程式 ($ma = f$) を立てると，

$$ma = mg\sin\theta - \frac{B^2 l^2 v \cos^2\theta}{R}$$

となるので，加速度が $a = g\sin\theta - \frac{B^2 l^2 v \cos^2\theta}{mR}$ と求まる。

- (7) (6)で求めた式より， v の係数が負なので， v が大きくなると加速度 a は小さくなる。

- (8) 一定の速さなので加速度 a が0となる。(6)より，

$$v = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta}$$

となる。

12

- (1) 単位時間当たりの回転角度が ω なので、数学の公式 ($l = \frac{1}{2} r^2 \theta$) より、求める面積は、 $\frac{1}{2} l^2 \omega$ となる。
- (2) 磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、($\Phi = BS$) より、

$$\Delta\Phi = \frac{1}{2} B l^2 \omega$$

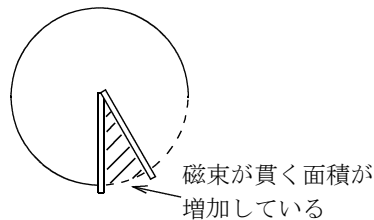
となる。ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、

$$V = \frac{1}{2} B l^2 \omega$$

と求める。

- (3) まずは誘導電流の向きを調べる。点B, C, そして、時計回りに点Dへと進む順路を回路(コイル)とみなすと、鉛直上向きの磁束が増加している。これを妨げる向きは鉛直下向きなので、右ねじの法則より、誘導電流は時計回りとなるので、**導体棒をBからCへと進む向き**に誘導電流が流れていると分かる。

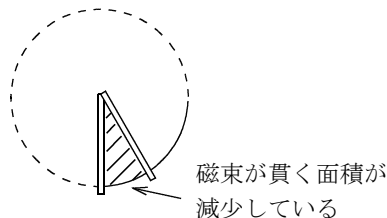
実線部分がコイルを形成していると考え



(別解1)

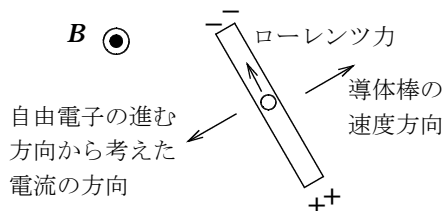
点B, C, そして、反時計回りに点Dへと進む順路を回路(コイル)とみなすと、鉛直上向きの磁束が減少している。これを妨げる向きは鉛直上向きなので、右ねじの法則より、誘導電流は反時計回りとなるので、**導体棒をBからCへと進む向き**に誘導電流が流れていると分かる。

実線部分がコイルを形成していると考え



(別解2)

導体棒BC部分にある自由電子の動きから考えて、フレミングの左手の法則より、ローレンツ力がCからBへと向かう向きに働いている。このため、Cの方が電位が高くなるので、**導体棒をBからCへと進む向き**に誘導電流が流れていると分かる。



キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) $= \Sigma$ (電圧降下)) より、

$$\frac{1}{2} B l^2 \omega = IR \Leftrightarrow I = \frac{B l^2 \omega}{2R}$$

となる。

(4) ($Q=IVt$) より,

$$\frac{Bl^2\omega}{2R} \times \frac{1}{2}Bl^2\omega \times 1 = \frac{(Bl^2\omega)^2}{4R}$$

となる。

(5) ($F=BIL$) より,

$$\frac{B^2l^3\omega}{2R}$$

となる。

(6) 力がつり合っている必要があるので、(5)と同じ大きさの力を反対向きに加えればよい。よって、力の大きさは $\frac{B^2l^3\omega}{2R}$ となる。単位時間当たりに進む距離は速さに等しく、導体棒の中心から端までのそれぞれ

の点での速さ平均は ($v=r\omega$) より、 $\frac{1}{2}l\omega$ となっている。(仕事=力×距離) より、

$$W = \frac{B^2l^3\omega}{2R} \times \frac{1}{2}l\omega = \frac{(Bl^2\omega)^2}{4R}$$

と求まる。

※エネルギー保存則を考えれば、(4)で求めたジュール熱に等しくなることはすぐに分かる。

13

(1) 磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、もとの面積を S とすると、導体棒が進む距離から Δt で面積が $v\Delta t$ 増加するので、($\Phi=BS$) より、

$$\Delta\Phi = B(S+lv\Delta t) - BS = Blv\Delta t$$

となる。ファラデーの法則 ($V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、 $V=Blv$ となる。キルヒホッフの第2法則

(Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$V - Blv = IR \Leftrightarrow I = \frac{V - Blv}{R}$$

となる。

※磁束の変化が鉛直上向きなので、右ねじの法則より、誘導電流の向きは反時計回りとなっている。この向きは、電池が電流を流そうとする向きと反対なので、キルヒホッフの第2法則の左辺の Blv は負となっている。

(2) ($W=qV$) および電流の定義式 ($I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$) より、

$$W = (I \times 1)V = IV$$

となる。

(3) ($Q=IVt$) より、

$$I \times (IR) \times 1 = I^2R$$

となる。

(4) (1)の結果を用いると、

$$IV - I^2R = IV - I \times \frac{V - Blv}{R}R = Blv$$

となる。おもりに働く力のつり合い、および、導体棒に働く力のつり合いより、

$$BIL = (\text{張力}) = Mg$$

となることを利用すると、

$$(2) - (3) = Mgv$$

となる。

(5) おもりが単位時間あたりに失う位置エネルギー

※エネルギー保存則から考えると、ジュール熱の供給源はおもりの位置エネルギーとなっている。

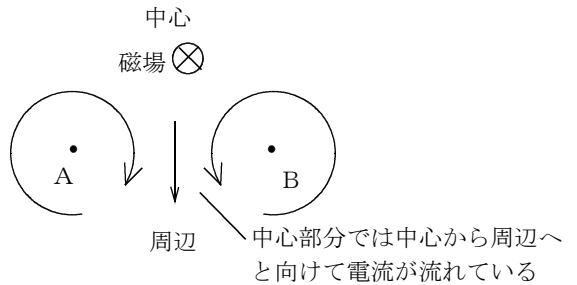
14

① 妨げる ② 誘導 ③ 反時計回り ④ 時計回り ⑤ 渦状

⑥ 中心から周辺に向かう ⑦ B→A 問 レンズの法則

③ 磁場は磁石のN極から遠ざかる方向に作られるので、N極の真下では円板を上から下へと向かう方向に磁場ができています。N極が近づく点Aではこの方向の磁場が強くなり、N極が離れていく点Bではこの方向の磁場が弱くなる。それぞれの妨げる方向に右手の親指を合わせる(右ねじの法則)ことで、誘導電流の向きを求めることができます。

⑦ 点Aと点Bの磁場変化による誘導電流(渦電流)が流れる様子を磁石側から見ると次のようになります。この図から点Aと点Bの間ではともに中心から周辺へと向かう向きに電流が流れていることが分かる。この電流の向きと磁石の磁場をフレミングの左手の法則にあてはめると、円板(に流れる電流)がA→Bの方向に力を受けていることが分かる。



15

(1) ($H=nI$) より, ni [A/m] となる。

(2) ($B=\mu H$) より, μni [Wb/m²] となる。

(3) ($\Phi=BS$) より, μniS [Wb] となる。

(4) $\Delta\Phi = \mu n(i+\Delta i)S - \mu niS = \mu nS\Delta i$

(5) ファラデーの法則 ($V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より, $V=-nl\frac{\mu nS\Delta i}{\Delta t} = -\mu n^2lS\frac{\Delta i}{\Delta t}$ となる。よって、係数部分では μn^2lS がある。

(6) 自己インダクタンス

※自己インダクタンスを L とおくことで、自己誘導による起電力は $V=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ (…①) と表すことができる。

(7) ①式を変形すると、

$$L = -\frac{V\Delta t}{\Delta I}$$

となる。単位に注目すると、自己インダクタンスの単位は $[Vs/A]$ と求まる。または、 $[H]$ (ヘンリー) でも構わない。

(8) 磁束密度は(2)と等しいが、面積が違うので、($\Phi=BS$) より, $\mu n\Delta iD$ [Wb] となる。

(9) 巻き数が(5)の時とは異なることに注意して、ファラデーの法則 ($V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、

$$V = -n'l\frac{\mu nD\Delta i}{\Delta t} = -\mu n^2l'D\frac{\Delta i}{\Delta t}$$
 となる。よって、係数部分では $\mu n^2l'D$ がある。

(10) 相互インダクタンス

※自己インダクタンスを M とおくことで、相互誘導による起電力は $V = -M \frac{\Delta I}{\Delta t}$ と表すことができる。

16

(1) キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) $= \Sigma$ (電圧降下)) より、

$$E - L \frac{\Delta i}{\Delta t} = iR$$

となる。

(2) コイルには電圧がかかっているのです、この電圧に逆らって、電荷を運んでいることになる。 Δt [s]間でした仕事は、($W = qV$) より、

$$\Delta W = \Delta q \left| -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \frac{\Delta q L \Delta i}{\Delta t}$$

となる。一方、電流の定義式 ($I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$) より、

$$\Delta q = i \Delta t$$

となる。以上2式より、求める仕事は、

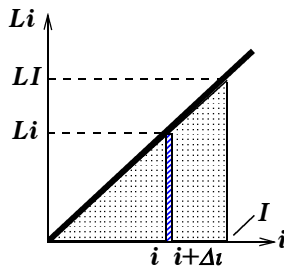
$$\Delta W = Li \Delta i$$

と求まる。

(3) コイルに流れる電流が i から $i + \Delta i$ に変化したときに、必要な仕事は(2)で求めた ΔW である。縦軸を Li (電圧)、横軸を i としたグラフで表すと図のような直線になっており、 ΔW は図中の長方形の面積を表している。コイルに流れる電流が 0 から I まで変化したときの必要な仕事はこの長方形を集めたもの、つまり、図中の三角形の面積になっているので、求める仕事 W は、

$$W = \frac{1}{2} LI \times I = \frac{1}{2} LI^2$$

となる。



(4) 電流の値が一定で変化しないので、コイルには誘導起電力は生じない。キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) $= \Sigma$ (電圧降下)) を解くと、

$$E = 0 + IR \Leftrightarrow I = \frac{E}{R}$$

と求まる。

17

(1) 円運動の加速度 ($a=r\omega^2=\frac{v^2}{r}=v\omega$) より,

$$a=\frac{v^2}{r} [\text{m/s}^2]$$

中心向きに加速度をとって, 運動方程式 ($ma=f$) とローレンツ力の式 ($f=Bqv$) より,

$$m\frac{v^2}{r}=Bev \cdots \textcircled{1}$$

となる。

(2) (1)を式変形すると, $v=\frac{Ber}{m}$ となる。

(3) (2)式より, $p=mv=Ber$ と変形できるので, B の係数は er となる。

(4) 電子の円軌道がコイルになっていると考えると, コイルの内部の磁束密度が増加することで磁束も増える。磁束の変化は ($\Phi=BS$) より,

$$\Delta\Phi=(B+\Delta B_0)(\pi r^2)-B\pi r^2=\pi r^2\Delta B_0$$

となる。ファラデーの法則 ($V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より,

$$V=-\pi r^2\frac{\Delta B_0}{\Delta t}$$

となる。

(5) 円軌道上に一様な電場ができていると考えて, ($V=Ed$) より,

$$E=\frac{r}{2}\frac{\Delta B_0}{\Delta t}$$

(6) ($f=qE$) より, 電場から受ける力の大きさ f は,

$$f=\frac{er}{2}\frac{\Delta B_0}{\Delta t}$$

となる。これより力積は,

$$f\Delta t=\frac{er}{2}\Delta B_0$$

と求まる。

(7) 力積を受けて加速するので, 半径は大きくなる。

※①式より, $r=\frac{mv}{Be}$ ($\cdots\textcircled{2}$) となるので, 速さに比例して半径は大きくなっている。

(8) 軌道上の磁束密度を軌道内部の磁束密度と同じように変化させると②式から

$$r=\frac{m(v+\Delta v)}{(B+\Delta B_0)e}$$

となる。この式を, (2)および(6)の結果, および, 運動量の変化が力積に等しいことを用いて変形すると,

$$r=\frac{Ber+\frac{1}{2}\Delta B_0er}{(B+\Delta B_0)e}=\frac{2B+\Delta B_0}{2(B+\Delta B_0)}r < r$$

となる。

(9) (8)の結果から, 小さくなるなる。

- (10) 速さが速くなる中で軌道半径を一定に保つためには、②式より、軌道上の磁束密度を大きくすればよい。したがって、

$$r = \frac{mv}{Be} = \frac{m(v+\Delta v)}{(B+\Delta B)e}$$

を満たせばよい。これを解くと、

$$B+\Delta B = \frac{m(v+\Delta v)}{er}$$

となる。一方、運動量の変化と力積が等しいことから、

$$m\Delta v = f\Delta t = \frac{er}{2}\Delta B_0$$

となる。これより、

$$B+\Delta B = \frac{mv}{er} + \frac{\Delta B_0}{2}$$

と変形でき、①式から $B = \frac{mv}{er}$ となるので、

$$\Delta B = \frac{1}{2}\Delta B_0$$

となる。

18

- (1) 電流を流し始めた瞬間の導体棒の速さは 0 なので誘導起電力は生じない。キルヒホッフの第2法則 (Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$V = IR \Leftrightarrow I = \frac{V}{R}$$

となる。

- (2) 磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、もとの面積を S とすると、導体棒が進む距離から Δt で面積が $v\Delta t$ 増加するので、($\Phi = BS$) より、

$$\Delta\Phi = B(S - lv\Delta t) - BS = -Blv\Delta t$$

となる。ファラデーの法則 ($V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) より、 $V = Blv$ となる。キルヒホッフの第2法則

(Σ (起電力) = Σ (電圧降下)) より、

$$V - Blv = IR$$

となる。これより、 $I = \frac{V - Blv}{R}$ と求まる。コイルを貫く鉛直上向きの磁束は減っている所以、妨げる向き

は鉛直上向きである。右ねじの法則より、「誘導電流の向きは反時計回り」となる。ここで注意したいのは、電池である。電池は時計回りに電流を流そうとしており、誘導電流がこれを上回るとは考えられない。したがって、回路に流れる電流の向きは時計回りとなる。

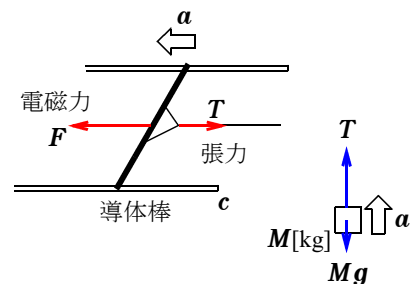
※レンツの法則と右ねじの法則で求まる誘導電流の向きは、誘導起電力が流そうとする電流の向きであり、もともと回路にある電池が流そうとする電流の向きについても考慮しないとイケない。

- (3) 導体棒と物体に働く力は次の図の通りとなるので、運動方程式 ($ma=f$) を立てると、

$$\text{導体棒: } ma = B \left(\frac{V - Blv}{R} \right) l - T \dots \text{①}$$

$$\text{物体: } Ma = T - Mg \dots \text{②}$$

※導体棒には電磁力 ($F = BIl$) が働いていることに注意したい。



(4) ①式と②式の辺々を足すと、

$$(m+M)a = \frac{B(V-Blv)l}{R} - Mg$$

となる。これを整理すると、

$$a = \frac{B(V-Blv)l}{(m+M)R} - \frac{M}{m+M}g$$

と求まる。

(5) (4)で求めた式より、速さ v の係数が負となっているので、速さが増すにつれて加速度が減少していくことが分かる。これと、 $(v-t)$ 図の傾きが負になることからグラフは次の図のようになる。また、終端速度 v_f は、速さが一定になる時なので、加速度が 0 になることから求めることができる。(4)式より、

$$0 = \frac{B(V - Blv_f)l}{(m+M)R} - \frac{M}{m+M}g$$

となる。これを式変形すると、

$$v_f = \frac{BIV - MgR}{B^2l^2}$$

となる。

