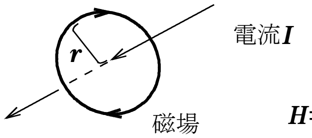
物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.26
磁場・電磁力編
ブツリヨキワメヨ

1

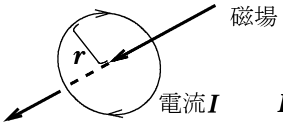
□■［電流が作る磁場の公式］■□

(1) 直線電流が作る磁場　$H=\dfrac{I}{2\pi r}$



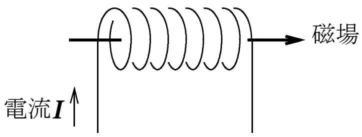
$H=\dfrac{I}{2r}$

(2) 円形電流が作る磁場



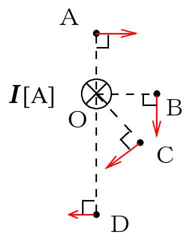
$H=nI=\dfrac{N}{l}I$　※ N 巻きコイルになれば N 倍

(3) ソレノイドコイルが作る磁場



※ n は巻き数密度［巻き/m］

(1)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，向きは右ねじの法則より求める。

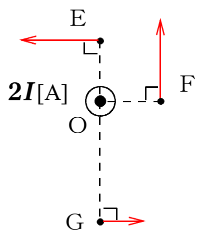


（磁場）A：$\dfrac{I}{2\pi r}$ B：$\dfrac{I}{2\pi r}$ C：$\dfrac{I}{2\pi r}$ D：$\dfrac{I}{4\pi r}$［A/m］

（$B=\mu H$）より，

（磁束密度）A：$\dfrac{\mu I}{2\pi r}$ B：$\dfrac{\mu I}{2\pi r}$ C：$\dfrac{\mu I}{2\pi r}$ D：$\dfrac{\mu I}{4\pi r}$［Wb/m^2］（［T］）

(2)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，向きは右ねじの法則より求める。



（磁場）A：$\dfrac{I}{\pi r}$ B：$\dfrac{I}{\pi r}$ C：$\dfrac{I}{2\pi r}$［A/m］

（$B=\mu H$）より，

（磁束密度）A：$\dfrac{\mu I}{\pi r}$ B：$\dfrac{\mu I}{\pi r}$ C：$\dfrac{\mu I}{2\pi r}$［Wb/m^2］（［T］）

2

(1)　（$H=\dfrac{I}{2r}$）より，磁場は$H=\dfrac{I}{2r}$［A/m］となる。また，（$B=\mu H$）より，磁束密度は$H=\dfrac{\mu I}{2r}$［Wb/m^2］（［T］）となる。向きは右ねじの法則から，紙面表から裏へと向かう向きとなる。同様に，点Aと点Bではともに紙面裏から表へと向かう向きとなっている。

(2)　巻き数が N であることと（$H=\dfrac{I}{2r}$）より，磁場は$H=\dfrac{NI}{2r}$［A/m］となる。また，磁束密度は（$B=\mu H$）より，$H=\dfrac{\mu NI}{2r}$［Wb/m^2］（［T］）となる。向きは右ねじの法則から，紙面表から裏へと向かう向きとなる。

(3)　（$H=nI$）より，磁場は$\dfrac{N}{l}I$［A/m］となる。また，（$B=\mu H$）より，磁束密度は$\mu\dfrac{N}{l}I$［Wb/m^2］（［T］）となる。向きは右ねじの法則から，紙面左向きとなる。点Aと点Bではともに紙面右向きとなっている。

3

(1)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より$\dfrac{I}{2\pi a}$となる。また，（$B=\mu H$）より，磁束密度は$\dfrac{\mu I}{2\pi a}$［Wb/m^2］（［T］）となる。また，向きは右ねじの法則より紙面上向きとなる。

(2)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より$\dfrac{I}{\pi a}$となる。また，（$B=\mu H$）より，磁束密度は$\dfrac{\mu I}{\pi a}$［Wb/m^2］（［T］）となる。また，向きは右ねじの法則より紙面上向きとなる。

(3)　(1)と(2)で求めた磁束密度がともに同じ向きになっているので，向きは紙面上向きで，大きさは

$$\frac{\mu I}{2\pi a}+\frac{\mu I}{\pi a}=\frac{3\mu I}{2\pi a}\ [\mathrm{Wb/m^2}]\ ([\mathrm{T}])$$

となる。

(4)　点Aから点Bに x［m］の位置での磁場を調べると，

$$\frac{I}{2\pi x}+\frac{2I}{2\pi(2a-x)}=\frac{(2a+x)I}{2\pi x(2a-x)}$$

となる。磁場（磁束密度）が 0 となる位置は，分子に注目して，

$$2a+x=0 \Leftrightarrow x=-2a$$

となる。つまり，点Aから点Bと反対方向に $2a$ 進んだ場所となる。

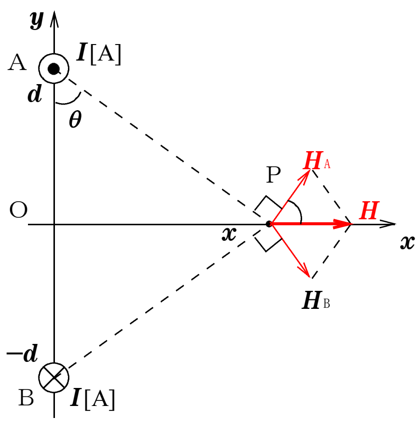
4

(1)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，

$$\frac{I}{2\pi\sqrt{d^2+x^2}}\ [\mathrm{A/m}]$$

となる。

※右ねじの法則から向きは図中の H_A で表す向きとなっている。

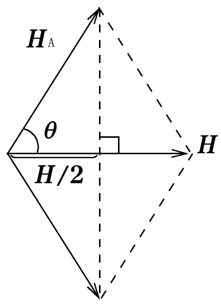


(2)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，

$\dfrac{I}{2\pi\sqrt{d^2+x^2}}$ [A/m]

となる。

※右ねじの法則から向きは図中の H_B で表す向きとなっている。



(3)　右図より，

$\dfrac{H}{2}=H_A\cos\theta \Leftrightarrow H=\dfrac{I\cos\theta}{\pi\sqrt{d^2+x^2}}$ [A/m]

(4)　△ＡＯＰに注目すると，

$\cos\theta=\dfrac{d}{\sqrt{d^2+x^2}}$

となることと，(3)の結果より，

$H=\dfrac{dI}{\pi(d^2+x^2)}$ [A/m]

となる。

(5)　分母が最少となる場所なので，$x=0$ のときとなる。

5

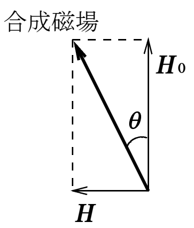
方位磁針がＮ極を指すのは地磁気があるためであり，電流を流すことで触れたのは電流磁場の影響によるものである。図のように，地磁気と電流磁場をベクトルで表すと合成磁場を描くことができ，この方向に方位磁針の針が向いていると考えられる。電流磁場は（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より $\dfrac{I}{2\pi d}$ となるので，次の関係式，

$\tan\theta=\dfrac{H}{H_0}=\dfrac{I}{2\pi dH_0}$

が成り立つ。これを変形することで地磁気の水平分力が，

$H_0=\dfrac{I}{2\pi d\tan\theta}$ [A/m]

と求まる。



6

(1)　（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より強さが $\dfrac{I}{2\pi b}$ [A/m]となり，右ねじの法則から，向きは紙面表から裏向きとなっている。

(2)　円形コイルが中心に作る磁場は（$H=\dfrac{I}{2r}$）より，磁場は$H=\dfrac{I'}{2a}$ [A/m]となる。右ねじの法則から，向きは紙面裏から表向きとなっている。題意より，磁場が打ち消されているので，

$\dfrac{I}{2\pi b}=\dfrac{I'}{2a}$

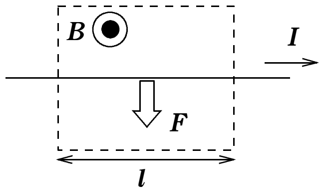
が成り立ち，コイルに流れる電流 I'は $\dfrac{aI}{\pi b}$ [m]と求まる。

7

□■[電流が磁場から受ける力の公式]■□

図のように，ある領域だけに強さ $\boldsymbol{H}$ の磁場がかかっていて，強さ $\boldsymbol{I}$ の電流が流れる導線が置かれている。この導線に流れる電流が磁場から受ける力の大きさ $\boldsymbol{F}$ は，

$$F=\mu HIl=BIl$$



で表される。磁場 $\boldsymbol{H}$，電流 $\boldsymbol{I}$，磁場を受けている部分の長さ $\boldsymbol{l}$ に比例しているので幾分納得のいくものには思われる。ビール（$\boldsymbol{BIl}$）は力（$\boldsymbol{F}$）の源で覚えよう。

向きについてはフレミングの左手の法則を用いる。左手の親指と人差し指でピストルの形を作り，中指を指の腹の方向に曲げて，人差し指と垂直にする。このとき，中指が電流の向き，人差し指が磁場の向き，親指が力の向きを表している。下（中指）から，「電（流）」，「磁（場）」，「力」というように覚えればよい。

(1)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，$\dfrac{I_1}{2\pi d}$ [A/m]となる。また，向きは右ねじの法則より紙面下向きと分かる。

(2)　（$B=\mu H$）より，磁束密度は $\dfrac{\mu I_1}{2\pi d}$ [Wb/m^2]（[T]）となる。電流が磁場から受ける力の大きさは（$F=BIl$）より，

$$\frac{\mu I_1}{2\pi d}I_2 l=\frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}\ \text{[N]}$$

となる。また，フレミングの左手の法則より，紙面右向きと分かる。

(3)　磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，$\dfrac{I_1}{2\pi d}$ [A/m]となる。また，向きは右ねじの法則より紙面下向きと分かる。（$B=\mu H$）より，磁束密度は $\dfrac{\mu I_1}{2\pi d}$ [Wb/m^2]（[T]）となる。また，電流が磁場から受ける力の大きさは（$F=BIl$）より，

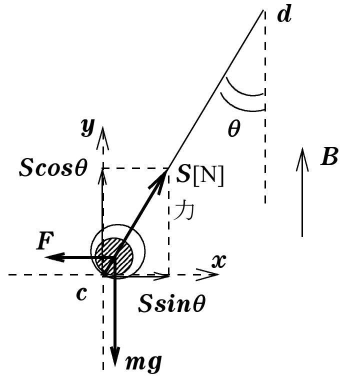
$$\frac{\mu I_1}{2\pi d}I_2 l=\frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}\ \text{[N]}$$

となる。また，フレミングの左手の法則より，紙面左向きと分かる。

(4)　作用反作用の関係

8

(1)　（図２）のコイルの傾く向きから考えて導体棒 bc には左向きに電磁力が働いている。フレミングの左手の法則から導体棒 bc には b から c の向きに電流が流れないといけない。よっと，$a \to b \to c \to d$ となる。



(2)　(1) より，$-x$ 方向となる。

(3)　導体棒について力のつり合いの式を立てると，
水平方向：$S\sin\theta = F$
鉛直方向：$S\cos\theta = mg$
これを解くと，$F = mg\tan\theta$ [N] となる。

(4)　オームの法則（$V=IR$）から流れる電流 I は $I=\dfrac{E}{R}$ と求まるので，

（$F=BIl$）より，

$$B\left(\frac{E}{R}\right)l = mg\tan\theta \Leftrightarrow E = \frac{mgR\tan\theta}{Bl}$$

となる。

9

(1)　直線電流がコイル上に作る磁場の向きは右ねじの法則より，$-x$ 方向となっている。フレミングの左手の法則から，電磁力の向きは $+z$ 方向となる。

(2)　(1) と同様に考えると，フレミングの左手の法則から，電磁力の向きは $+y$ 方向となる。直線電流が辺ＢＣ上に作る磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，$\dfrac{I_1}{2\pi(r+l)}$ となる。電磁力の大きさは（$F=BIl=\mu HIl$）より，

$$\frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi(r+l)}$$

となる。

(3)　(1) と同様に考えると，フレミングの左手の法則から，電磁力の向きは $-z$ 方向となる。

(4)　(1) と同様に考えると，フレミングの左手の法則から，電磁力の向きは $-y$ 方向となる。直線電流が辺ＢＣ上に作る磁場の大きさは（$H=\dfrac{I}{2\pi r}$）より，$H'=\dfrac{I_1}{2\pi r}$ となる。電磁力の大きさは（$F=BIl=\mu HIl$）より，

$$\frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

となる。

(5)　コイルの辺ＡＢと辺ＣＤに働く電磁力は大きさが同じで反対なので打ち消し合うが，辺ＢＣと辺ＤＡに働く電磁力は大きさが異なっている。$+y$ 方向に働く合力を F とおくと，

$$F = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi(r+l)} - \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi r} = -\frac{\mu I_1 I_2 l^2}{2\pi r(r+l)}$$

と表せる。したがって，合力の向きは $-y$ 方向で大きさは $\dfrac{\mu I_1 I_2 l^2}{2\pi r(r+l)}$ となる。

10

(1)　フレミングの左手の法則から，紙面下向きと分かる。

(2)　（$F=BIl$）より，BIl となる。

(3)　（$I=enSv$）より，$BenSvl$ となる。

(4)　導線中に含まれるの自由電子密度が n[個/m^3]なので，体積 Sl[m^3]の導線中には nSl[個]の電子が含まれる。これらの電子が全体で $BenSvl$ の力を受けていると考えると，電子１個当たりでは大きさ Bev の力を受けている。

(5)　ローレンツ力

□■[ローレンツ力の公式]■□
　(4)よりローレンツ力の大きさは Bev と分かる。電子では無く，電気量 q を持つ荷電粒子の場合は e を q にかえて Bqv となる。
※向きはフレミングの左手の法則を用いる。電流の向きが与えられていないが，荷電粒子の動きから電流の向きを決める。例えば，正電荷が右向きに動いている場合は右向きの電流，負電荷が右向きに動いている場合は左向きの電流となる（ここでは，電流の向きは正電荷の動きで定義されることに注意したい）。

11

(1)　電場は+1 の電荷（試験電荷）が受ける力なので，極板間では紙面下向きとなる。また，（$V=Ed$）より電場の強さ E は，

$$E=\frac{V}{d}$$

となる。

(2)　（$f=qE$）より，

$$f=\left|(-q)\frac{V}{d}\right|=\frac{qV}{d}$$

となる。向きは陰イオンなので電場の向きと反対なので，紙面上向きとなる。

(3)　陰イオンにはローレンツ力が働いている。陰イオンが直進するためには，この力の向きは紙面下向きでないといけない。陰イオンの進行方向から電流の向きを紙面左向きと決めれるので，フレミングの左手の法則より，磁場きは紙面表から裏へと向かう向きとなる。また，ローレンツ力（$f=Bqv$）と電場から受ける力のつり合いより，磁束密度 B は，

$$|B(-q)v|=\frac{qV}{d}\Leftrightarrow B=\frac{V}{dv}$$

と求まる。

12

(1)　正電荷の動きから電流の向きは紙面上向きとなる。この電流の向きをフレミングの左手の法則に適用すると，ローレンツ力は紙面右向きに働く。これより，正電荷が描く軌道は②と分かる。

(2)　円運動の加速度（$a=r\omega^2=\frac{v^2}{r}=v\omega$）より，

$$a=\frac{v^2}{r}\,[\mathrm{m/s^2}]$$

中心向きに加速度をとって，運動方程式（$ma=f$）とローレンツ力の式（$f=Bqv$）より，

$$m\frac{v^2}{r}=Bqv\Leftrightarrow r=\frac{mv}{Bq}$$

となる。

(3)　($T=\dfrac{2\pi r}{v}$) より,

$$T=\frac{2\pi}{v}\frac{mv}{Bq}=\frac{2\pi m}{Bq}$$

となる。
※この式からローレンツ力による円運動の周期は速さ v に依存しないことが分かる。

(4)　(2)で求めた式より，速さを 2 倍にすると半径が 2 倍になる。また，(3)で求めた式に速さ v は関係ないので，周期は変わらないので 1 倍となる。

(5)　負電荷の場合は電流の向きが紙面下向きとなる。フレミングの左手の法則からローレンツ力が紙面左向きとなるので，軌道は①となる。

13

(1)　まず速度を磁場の方向（$+z$ 方向）とそれに垂直な方向（$x-y$ 平面）に分解すると，それぞれ $v\sin\theta$ と $v\cos\theta$ となる。磁場から力を受けるのは $v\cos\theta$ なので，ローレンツ力は（$f=Bqv$）より,

$$f=Bqv\cos\theta$$

となる。フレミングの左手の法則からローレンツ力の向きは$-y$ 方向となる。荷電粒子に働く力と速度が常に垂直なので荷電粒子は円運動をする。円運動の加速度（$a=r\omega^2=\dfrac{v^2}{r}=v\omega$）と運動方程式（$ma=f$）より,

$$m\frac{v^2}{r}=Bqv\cos\theta \Leftrightarrow r=\frac{mv\cos\theta}{Bq}$$

となる。

(2)　z 軸方向にはローレンツ力が働かないので最初と変わらず一定の速さ $v\sin\theta$ で運動する。

(3)　$x-y$ 平面では円運動をするので，再び $y=0$ に戻ってくるのは 1 周期後となる。円運動の周期は（$T=\dfrac{2\pi r}{v}$）より,

$$T=\frac{2\pi}{v\cos\theta}\frac{mv\cos\theta}{Bq}=\frac{2\pi m}{Bq}$$

となるので，再び $y=0$ に戻ってくる時刻は $\dfrac{2\pi m}{Bq}$ である。

(4)　z 方向は一定の速さ $v\sin\theta$ で運動しているので，速さと時間の積より,

$$v\sin\theta\times\frac{2\pi m}{Bq}=\frac{2\pi mv\sin\theta}{Bq}$$

となる。

(5)　螺旋（らせん）

14

(1)　磁場の影響は無視できるので，この区間では電圧 V によって加速されている。電池の電圧によって荷電粒子がなされる仕事は（$W=qV$）より,

$$W=qV$$

となる。また，このされた仕事が荷電粒子のエネルギー増加となるので,

$$\frac{1}{2}mv^2-0=qV \Leftrightarrow v=\sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

と求まる。

(2)　フレミングの左手の法則からローレンツ力の向きと速度が常に垂直なので荷電粒子は円運動をする。円運動の加速度（$a=r\omega^2=\frac{v^2}{r}=v\omega$）と運動方程式（$ma=f$），および，ローレンツ力（$f=Bqv$）より，

$$m\frac{v^2}{r}=Bqv \Leftrightarrow r=\frac{mv}{Bq}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

となる。

(3)　　円運動の周期は（$T=\frac{2\pi r}{v}$）より，

$$T=\frac{2\pi}{v}\frac{mv}{Bq}=\frac{2\pi m}{Bq}$$

となる。D_1 に入ったイオンが再びD_1 から出るのは半周期後なので，求める時間 t は，

$$t=\frac{T}{2}=\frac{\pi m}{Bq}$$

となる。

(4)　**(1)**から間隙を **1** 回通過する毎に qV のエネルギーが増えるので，間隙を n 回通過した時のイオンの速さ v は，

$$\frac{1}{2}mv^2-0=nqV \Leftrightarrow v=\sqrt{\frac{2nqV}{m}}$$

となる。

(5)　軌道半径の最大値が加速器の半径 R になるので，(2) の結果より，

$$R=\frac{mv'}{Bq} \Leftrightarrow v'=\frac{BqR}{m}$$

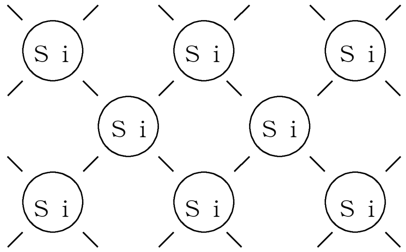
となる。

15

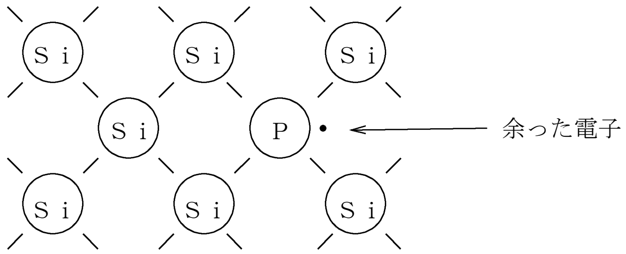
□■[半導体]■□

　これまでに導体と不導体について学んだ。導体は電気をよく通すもの，不導体は電気を通しにくいものであった。そして，導体が電気をよく通すのは自由電子が電場から力を受け動くことで電流が流れるのであった。半導体とは半分が導体で半分が不導体であり，導体と不導体の両方の性質を持ち合わせるものである。こういう意味での「半」である。だから，半導体というよりも，半ー導体である。

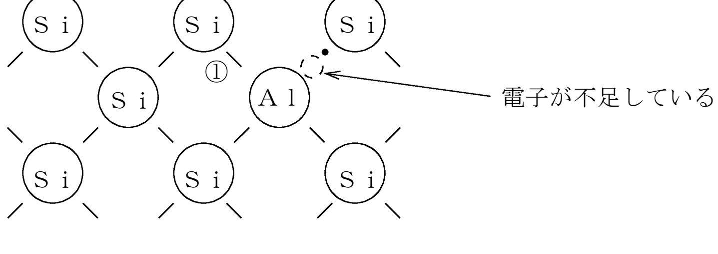
　半導体とは価電子が **4** のケイ素やゲルマニウムといった元素からなる物質である。次の図のように，元素同士は不対電子を **1** 個ずつ出し合い共有結合をしている。高温になると，この共有結合を構成する電子が共有結合から離れ，自由に振る舞う。これが自由電子の振る舞いと同等になるので，本来電気を通さないケイ素であっても電流が流れるようになる。



　しかし，高温にならないと電気が流れないのでは利用価値がない。高温状態でなくても電気が流れるようにしたものが価電子が **5** や **3** の不純物を混ぜた不純物半導体である（これに対し，価電子が４の元素だけの半導体を真性半導体と言う）。上の図のケイ素の一つを価電子が **5** の元素 ***P*** と交換すると，下の図のように電子が１つ余っている。この電子は自由電子と同じ振る舞いをするため電気を通すようになる。このように，電流の担い手となるものをキャリアといい，ここでは電子である。



　次に，ケイ素の一つを価電子が **3** の元素Ａｌと交換すると，下の図のように電子が１つ不足している。この状態で右向きの電場をかけると，図中の①で表した共有結合を構成する電子が不足していた場所に移動する。そして，①の場所では電子が１つ不足した状態になっている。このように，電子の不足部分があたかも移動しているかのようである。この動きは正電荷の動きと同じなので，この不足部分を正孔またはホールと言う。これがキャリアである。不純物半導体は２種類あるが，キャリアが電子（マイナス）の前者をＮ型半導体，キャリアが正孔（プラス）の後者をＰ型半導体と言う。



(1)　ア．N　イ．電子　ウ．P　エ．正孔

(2)
(ｵ)　フレミングの左手の法則から$-x$ 方向と分かる。

(ｶ)　正孔が$-x$ 方向に力を受けて b 側に移動するので，a 側は負となる。

(ｷ)　正孔が$-x$ 方向に力を受けて b 側に移動するので，b 側は正となる。

(ｸ)　電場は$+1$[C]の電荷（試験電荷）が受ける力なので，x 方向方向となる。

(ｹ)　キャリアが x 方向の電場 E から受ける力は（$f=qE$）より，x 方向に，eEとなる。一方，ローレンツ力は（$f=Bqv$）より，$-x$ 方向に bev である。これら二つの力のつり合いより，
$eE=Bev \Leftrightarrow E=Bv$
と電場が求まる。さらに，（$V=Ed$）より，ab 間の電圧 V は，
$V=Bvw$
となる。したがって，a 側は b 側より Bvw だけ電位が低くなっている。

(ｺ)　低く

(ｻ)　電流の向きは変わらないのでローレンツ力の向きは(ｵ)と同じ$-x$ 方向となる。

(ｼ)　電子が$-x$ 方向に力を受けて b 側に移動するので，a 側は正となる。

(ｽ)　電子が$-x$ 方向に力を受けて b 側に移動するので，b 側は負となる。

(ｾ)　a 側が正に帯電するので，a 側の方が電位が高くなる。

16

(1)　（$V=Ed$）より，$E=\dfrac{V}{d}$となる。

(2)　電荷が電場 E から受ける力は（$f=qE$）より，電場と同じ方向に$\dfrac{qV}{d}$となる。電場方向に生じる加速度を a として運動方程式（$ma=f$）を立てると，
$$ma=\frac{qV}{d} \Leftrightarrow a=\frac{qV}{md}$$
となる。

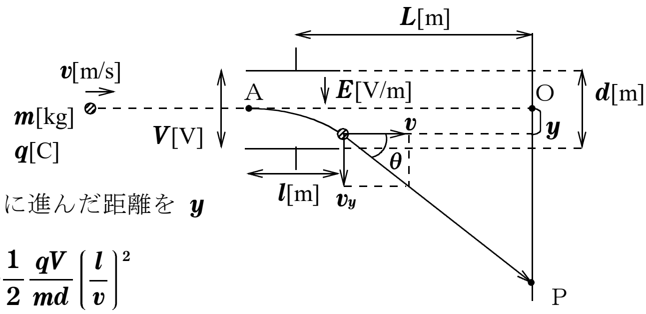
(3)　加速度は図中の下向きに生じているのでＡＯ方向の速度は変わらず v である。一方で，電場方向は加速度が生じているので速度が変化する。（$S=v_0t+\dfrac{1}{2}at$）より，

ＡＯ方向：$l=vt$…①
電場方向：$y=\dfrac{1}{2}\dfrac{qV}{nd}t^2$…②

となる。①式より，$t=\dfrac{l}{v}$と求まるので，（$v=v_0+at$）より，極板の外に出たときの速さの電場方向成分 v_y は，
$$v_y=\frac{qV}{md}\frac{l}{v}=\frac{qVl}{mdv}$$
となる。極板から出た後は電場から力を受けないので，ＡＯ方向の速さ，電場方向の速さともに変わらないので，それぞれの速さから $\tan\theta$ を，

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v} = \frac{\frac{qVl}{mdv}}{v} = \frac{qVl}{mdv^2}$$

と，求められる。



(4)　電荷が極板間を進んでいるときにＯＰ方向に進んだ距離を y とおくと，図より，

$$\mathrm{OP} - y = \left(L - \frac{l}{2}\right)\tan\theta \Leftrightarrow \mathrm{OP} = \left(L - \frac{l}{2}\right)\frac{qVl}{mdv^2} + \frac{1}{2}\frac{qV}{md}\left(\frac{l}{v}\right)^2$$

$$= \frac{qVLl}{mdv^2}$$

となる。

(5)　直進するためには，電場から受ける力とローレンツ力がつりあえばよい。荷電粒子の動きから電流の向きは紙面右向きとなるので，ローレンツ力が紙面上向きとなるためには，フレミングの左手の法則より，紙面表から裏へと向かう向きに磁場が生じないといけない。また，力のつり合いより，磁束密度の大きさ B は，

$$Bqv = \frac{qV}{d} \Leftrightarrow B = \frac{V}{vd}$$

となる。