

# 物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

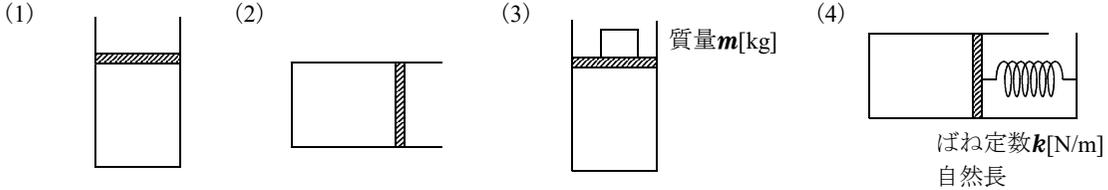
No.16

内部エネルギーと比熱編

フツリヨキワメヨ

1 次の文章を読み、各問いに答えよ。

次の図(1)～(4)のような断面積  $S[\text{m}^2]$  で軽いピストンのついた密閉容器に、体積  $V[\text{m}^3]$ 、温度  $T[\text{K}]$  の気体  $n[\text{mol}]$  が入っている。容器内のヒーターで加熱し、体積を  $\Delta V$  だけゆっくりと増加させた。このとき、容器内の気体がした仕事を求めよ。ただし、大気圧を  $P_0[\text{Pa}]$  とする。



2 次の文章を読み、各問いに答えよ。

ピストンのついた密閉容器に気体が入っている。次のような(1)～(4)の過程で気体の内部エネルギーの変化を求めよ。

- (1) 気体に熱量  $Q[\text{J}]$  を与えたところ、容器内の気体が  $W[\text{J}]$  の仕事をした場合。
- (2) 気体に熱量  $Q[\text{J}]$  を与えたところ、容器内の気体が  $W[\text{J}]$  の仕事をされた場合。
- (3) 気体が熱量  $Q[\text{J}]$  を放出したところ、容器内の気体が  $W[\text{J}]$  の仕事をした場合。
- (4) 気体が熱量  $Q[\text{J}]$  を放出したところ、容器内の気体が  $W[\text{J}]$  の仕事をされた場合。

3 次の文章を読み、各問いに答えよ。

断面積  $S[\text{m}^2]$  で軽いピストンのついた密閉容器に圧力  $P[\text{Pa}]$ 、体積  $V[\text{m}^3]$ 、温度  $T[\text{K}]$  の単原子分子理想気体  $n[\text{mol}]$  が入っている。容器内のヒーターで加熱し、また、圧力を一定に保ちながらピストンを体積が増える方向に  $x[\text{m}]$  だけゆっくりと動かした。ただし、気体定数を  $R[\text{J/mol}\cdot\text{K}]$  とする。

- (1) 容器内の気体がした仕事を求めよ。
- (2) 状態変化後の気体の温度を求めよ。
- (3) 体積変化を  $\Delta V$ 、温度変化を  $\Delta T$  としたとき、 $P\Delta V = nR\Delta T$  となることを示せ。
- (4) 気体が得た熱量を  $\Delta T$  等を用いて表せ。
- (5) 定圧モル比熱を求めよ。

4 次の文章を読み、各問いに答えよ。

断面積  $S[\text{m}^2]$  で軽いピストンのついた密閉容器に圧力  $P[\text{Pa}]$ 、体積  $V[\text{m}^3]$ 、温度  $T[\text{K}]$  の単原子分子理想気体  $n[\text{mol}]$  が入っている。容器内のヒーターで加熱し、また、体積が増えないようにピストンを固定したところ、 $\Delta T$  だけ温度が上昇した。ただし、気体定数を  $R[\text{J/mol}\cdot\text{K}]$  とする。

- (1) 容器内の気体がした仕事を求めよ。
- (2) 状態変化後の気体の圧力を求めよ。
- (3) 状態変化後では、ピストンが動かないように力が加えられている。この力の大きさを求めよ。
- (4) 気体が得た熱量を  $\Delta T$  等を用いて表せ。
- (5) 定積モル比熱を求めよ。

5 次の文章を読み、各問いに答えよ。ただし、気体定数を  $R[\text{J/mol}\cdot\text{K}]$  とする。

気体  $n[\text{mol}]$  が体積  $V[\text{m}^3]$  の容器内に入っている。気体の圧力を  $P[\text{Pa}]$  に保ったまま温度を  $\Delta T[\text{K}]$  変化させる。気体のした仕事は ( 1 )  $[\text{J}]$  となり、定圧モル比熱を  $C_p[\text{J/mol}\cdot\text{K}]$  とすると、気体の得た熱量は ( 2 )  $[\text{J}]$  となる。これより、気体の内部エネルギーの変化は ( 3 )  $[\text{J}]$  と求まる。

次に、同じ気体の体積を一定に保ち、前回と同じだけ温度を変化させる。このとき、気体のした仕事は ( 4 )  $[\text{J}]$ 、定積モル比熱  $C_v[\text{J/mol}\cdot\text{K}]$  とすると、気体が得た熱量は ( 5 )  $[\text{J}]$  となる。これより、気体の内部エネルギーの変化は ( 6 )  $[\text{J}]$  と求まる。( 3 ) = ( 6 ) より、マイヤーの関係式 ( 7 ) が得られる。

6  $x$  が 1 に対して十分小さい正の数であるときに、次の近似式、

$$(1+x)^n = 1+nx$$

が成り立つ。この式を用いて次の (1)~(3) の式を変形せよ。ただし、 $\frac{c}{a}$  は 1 に対して十分小さいものとする。

(1)  $\left(1+\frac{c}{a}\right)^2$     (2)  $\left\{1+\frac{c}{a}\right\}^{\frac{1}{2}}$     (3)  $\sqrt{1+\frac{c}{a}}$

7 次の文章を読み、各問いに答えよ。

自由に動くことができるピストンがついた密閉容器に圧力  $P[\text{Pa}]$ 、体積  $V[\text{m}^3]$ 、温度  $T[\text{K}]$  の単原子分子理想体が入っている。また、この容器は断熱材で囲まれており、変化はすべて断熱的に行われる。必要であれば断熱変化でのみ成立するポアソンの式：(圧力)  $\times$  (体積) $^\gamma =$  (一定) を用いて構わない。ただし、 $\gamma$  は比熱比である。

ピストンを動かして体積を  $\Delta V$  だけ微少増加させた。この後の状態について考える。

- (1) 気体の圧力を求めよ。
  - (2) 気体の温度を求めよ。
- ピストンの断面積を  $S$ 、移動距離を  $x$  として再考する。
- (3) 気体の圧力を  $x$  等を用いて表せ。

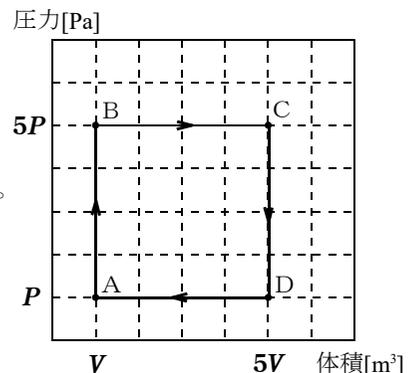
$x$  が 1 に対して十分小さい正の数であるとき、近似式： $(1+x)^n = 1+nx$  が成り立つ。

- (4) 近似式を用いて、圧力の変化量を  $-\square x$  の形で表せ。

8 次の文章を読み、各問いに答えよ。

単原子分子理想気体を容器内に封入し、縦軸を圧力、横軸を体積とした下のグラフのように状態を  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  の順に変化させた。ただし、状態 A の温度を  $T[\text{K}]$  とする。

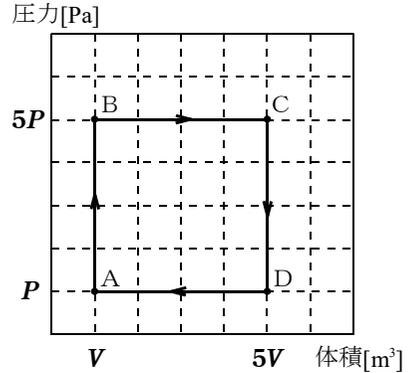
- (1) 状態 B, C, D での気体の温度を求めよ。
- (2) 容器内の気体が仕事をした過程を選び、答えよ。
- (3) (2) の大きさを求めよ。
- (4) 容器内の気体が仕事をされた過程を選び、答えよ。
- (5) (4) の大きさを求めよ。
- (6) それぞれの過程で、気体が吸収、または、放出した熱量を求めよ。



9 次の文章を読み、各問いに答えよ。

理想気体  $n$  [mol] を容器内に封入し、縦軸を圧力、横軸を体積とした下のグラフのように状態を  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  の順に変化させた。ただし、状態  $A$  の温度を  $T$  [K]、定圧モル比熱を  $C_P$  [J/mol·K]、定積モル比熱を  $C_V$  [J/mol·K] とする。

- (1) 状態  $A \rightarrow B$  で気体が得た熱量を求めよ。
- (2) 状態  $B \rightarrow C$  で気体が得た熱量を求めよ。
- (3) 状態  $C \rightarrow D$  で気体が得た熱量を求めよ。
- (4) 状態  $D \rightarrow A$  で気体が得た熱量を求めよ。

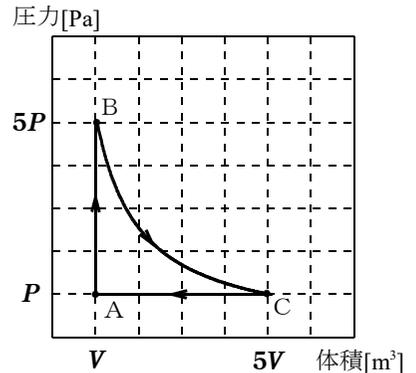


### 【チャレンジ問題】

10 次の文章を読み、各問いに答えよ。

単原子分子理想気体を容器内に封入し、縦軸を圧力、横軸を体積とした下のグラフのように状態を  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  の順に変化させた。これを1サイクルという。ただし、状態  $A$  の温度を  $T$  [K]、状態  $B \rightarrow C$  で気体が得た熱量を  $Q$  [J] とする。

- (1) 状態  $B$ ,  $C$  での気体の温度を求めよ。
- (2) 状態  $A \rightarrow B$  で気体がした仕事と気体が得た熱量を求めよ。
- (3) 状態  $B \rightarrow C$  で気体がした仕事を求めよ。
- (4) 状態  $C \rightarrow A$  で気体がされた仕事と気体が放出した熱量を求めよ。



11 次の文章を読み、各問いに答えよ。重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。

大気圧  $P_0$  [Pa] の室内に置かれた断熱材で囲まれた容器に気体が入っている。この容器の口の部分の断面積は  $S$  [m<sup>2</sup>] である。この部分に、質量  $m$  [kg] の金属球を入れると、口の部分のある位置で静止していた。この位置を原点とした鉛直上向き  $x$  軸をる。金属球を少し持ち上げてから離すと、金属球は上下に単振動した。ここで、金属球が  $x$  軸の原点にあるとき、金属球で密閉された容器内の体積を  $V$  [m<sup>3</sup>]、圧力を  $P$  [Pa] とし、金属球の振動で変化する体積は容器全体の体積に比べて十分小さいものとする。また、必要であれば以下の2式を用いて構わない。

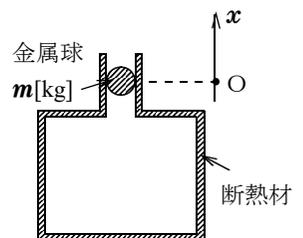
ポアソンの式：(圧力)  $\times$  (体積) <sup>$\gamma$</sup>  = (一定)

近似式：(1+x) <sup>$n$</sup>   $\approx$  1+n $x$

( $\gamma$  は比熱比、断熱変化でのみ成立)

( $x$  は 1 に対して十分小さい数)

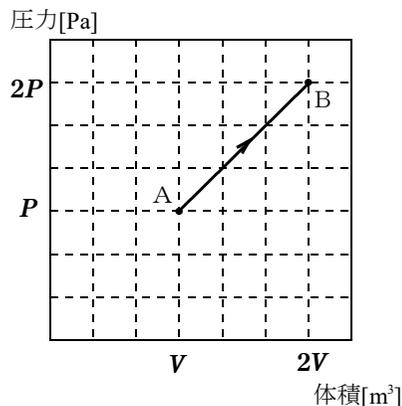
- (1) 金属球の重力  $mg$  を  $S$ ,  $P$ ,  $P_0$  を用いて表せ。
- (2) 金属球が  $x=x$  の位置にあるとき、金属球に働く合力を求めよ。
- (3) 金属球が  $x=x$  の位置のとき、生じる加速度を求めよ。
- (4) 角振動数を  $\gamma$ ,  $V$ ,  $S$ ,  $m$  を用いて表せ。
- (5) 単振動の周期  $T$  を求めよ。
- (6) 比熱比  $\gamma$  を  $V$ ,  $S$ ,  $m$ ,  $T$  を用いて表せ。



**12** 次の文章を読み、各問いに答えよ。ただし、気体定数を  $R$  [J/mol·K] とする。

図に示すように、状態Aに単原子分子理想気体  $n$  [mol] に熱量を加えてその状態をA→Bへとゆっくり変化させる。状態Aの体積は  $V$  [m<sup>3</sup>]、圧力は  $P$  [Pa]、状態Bでの体積  $2V$  [m<sup>3</sup>] は、圧力は  $2P$  [Pa] である。

- (1) 状態Aでの絶対温度を求めよ。
- (2) 状態Bでの絶対温度を求めよ。
- (3) 状態A→Bでの内部エネルギーの変化を求めよ。
- (4) 状態A→Bでの気体のした仕事を求めよ。
- (5) 状態A→Bでの気体が得た熱量を求めよ。
- (6) この過程のモル比熱を求めよ。



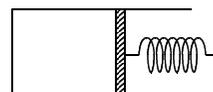
**13** 次の文章を読み、各問いに答えよ。

断面積  $S$  [m<sup>2</sup>] のシリンダーに気密でなめらかなピストンをはめ、ピストンとシリンダーとの間に図のような軽いばねをとりつける。ばね定数を  $k$  [N/m] とする。ばねの長さがちょうど自然長のとき、シリンダー内部の気体の温度は  $T_0$  [K]、圧力は  $P_0$  [Pa] であった。この状態を状態Aとする。

ピストンをこの位置に固定して、外から  $Q$  [J] の熱量を与えところ、温度が  $T$  [K] になった。この状態を状態Bとする。

状態Aに戻し、ピストンの固定を解いた後、ある量の熱量を与えたところ、ピストンは右へ  $l$  [m] 動いて内部の温度が  $T_1$  [K] になった。この状態を状態Cとする。

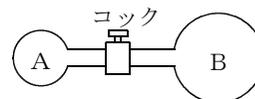
- (1) 状態Bでの内部の圧力を求めよ。
- (2) 状態A→Bで内部エネルギーの増加量を求めよ。
- (3) 状態A→Cで内部エネルギーの増加量を求めよ。
- (4) 状態A→Cで気体がした仕事を求めよ。
- (5) 状態A→Cで気体に与えた熱量を求めよ。



**14** 次の文章を読み、各問いに答えよ。

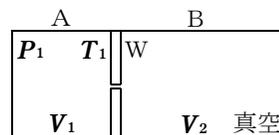
図のような断熱性の円形の容器AとBが細いガラス管で連結され、ガラス管についてのコックは閉じたままである。容器Aの体積は  $V$  [m<sup>3</sup>]、容器Bの体積は  $3V$  [m<sup>3</sup>] であり、2つの容器には同じ物質量の単原子分子理想気体が入っている。今、容器A内の気体の圧力は  $3P$  [Pa] であり、容器A、Bの温度はそれぞれ  $T$ 、 $2T$  [K] になっている。ただし、気体定数を  $R$  [J/mol·K]、アボガドロ定数を  $N_A$  とする。

- (1) 容器A内の気体の物質量を求めよ。
  - (2) 容器B内の気体の圧力を求めよ。
- 次に、ガラス管についてのコックを開いた。
- (3) 容器内の気体の温度を求めよ。
  - (4) 容器内の気体の圧力を求めよ。



**15** 次の文章を読み、各問いに答えよ。

図のように、断熱性の容器が隔壁WでA、B両室に仕切られていて、A、Bの容積  $V_1$ 、 $V_2$  とする。Aの中には圧力  $P_1$ 、絶対温度  $T_1$  の理想気体が入れてあり、Bの中は真空になっている。隔壁Wにあげられた小孔を開いた。



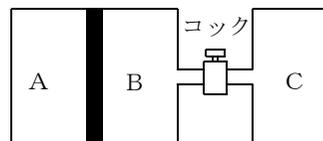
- (1) 十分時間がたって、両室の温度と圧力がひとしくなったときの温度と圧力を求めよ。
- (2) 実在気体を用いると、(1)と比べ温度がどうなるか。

**16** 次の文章を読み、後の問に答えよ。【09徳島大改題】

(図1)のように、なめらかに動くピストンでA、Bの2つの室に分けられた容器があり、B室はコックのついた容積が無視できる細い管でC室につながっている。全ての容器、コック、管およびピストンは断熱材でつくられていて、各室には同種の単原子分子からなる理想気体が入っている。A室の気体の物質量を  $n$  [mol]とする。気体定数を  $R$  [J/mol·K]として以下の問に答えよ。

[1] (図1)に示すように、最初コックは閉じてあり、A、BおよびC室の気体はいずれも  $V$  [m<sup>3</sup>]であり、各室の温度はそれぞれ  $T$ 、 $T$ 、 $2T$  [K]、また、A室の気体の圧力は  $p$  [N/m<sup>2</sup>]であった。

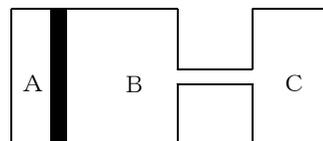
- 問1  $p$  を  $n$ 、 $R$ 、 $T$  および  $V$  を用いて表せ。
- 問2 B室の気体の物質量  $n_B$  [mol] を  $n$  を用いて表せ。
- 問3 C室の気体の物質量  $n_C$  [mol] とするとき、BおよびC室内の気体の内部エネルギーの和  $U_0$  を  $n_B$ 、 $n_C$ 、 $R$  および  $T$  を用いて表せ。



(図1)

[2] 次に、コックを静かに開けるとB、C室間で気体が混ざり合い、十分な時間が経過したのち(図2)に示すような平衡状態となった。このとき、A室間の体積は  $V/2$ 、圧力は  $4p$  になった。

- 問4 A室の気体の温度を  $T$  を用いて表せ。
- 問5 BおよびC室内の気体の内部エネルギーの和  $U_1$  を  $n$ 、 $R$  および  $T$  を用いて表せ。
- 問6  $n_C$  を  $n$  を用いて表せ。



(図2)