

# 物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

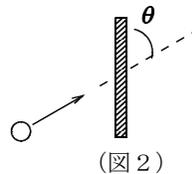
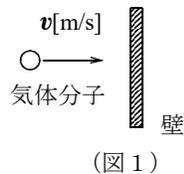
No.15

分子運動論編

フツリヨキワメ

1 次の文章を読み、各問いに答えよ。

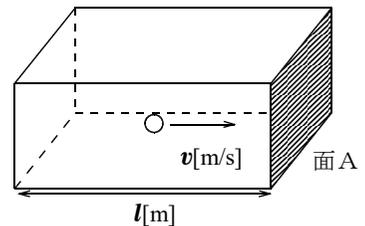
質量  $m$  [kg] の気体分子が速さ  $v$  [m/s] で運動している。(図1), (図2) で気体分子が1回衝突することで壁が受ける力積の大きさを求めよ。ただし、気体分子と壁の衝突は弾性的であるとする。



2 次の文章を読み、各問いに答えよ。

図のような断面積  $S$  [m<sup>2</sup>], 高さ  $l$  [m] の直方体の容器内に気体が入っている。この気体中の粒子1つの運動に注目する。質量  $m$  [kg] のこの粒子は図の向き (面Aに垂直) に速さ  $v$  [m/s] で運動している。ただし、気体粒子と壁の衝突は弾性的であるとする。

- (1) 気体粒子が面Aとの衝突で及ぼす力積の大きさを求めよ。
- (2) 面Aとの衝突してから再び同じ面に衝突するまでの時間を求めよ。
- (3) 気体粒子は壁Aに単位時間当たり何回衝突するか。
- (4) 気体粒子が面Aに及ぼす力の大きさを求めよ。
- (5) (4)から、面Aに働く圧力を求めよ。



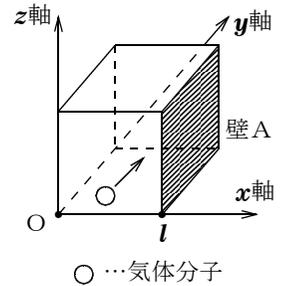
3 次の文章を読み、各問いに答えよ。

1辺が  $l$  [m] の立方体があり、この中に質量  $m$  [kg] の気体分子が  $n$  [mol] 入っており、圧力と温度は  $P$  [Pa],  $T$  [K] となっている。ただし、気体粒子と壁の衝突は弾性的であり、気体定数を  $R$  [J/mol·K], アボガドロ数を  $N_A$  とする。

- (1) 気体が占める体積を求めよ。
- (2) 状態方程式を立てよ。
- (3) 気体分子の総数  $N$  を求めよ。
- (4) ボルツマン定数  $k = \frac{R}{N_A}$ ,  $N$  を用いて(2)を表し直せ。

4 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、気体定数を  $R$  [J/mol·K] とする。

1辺  $l$  [m] の立方体があり、この中に質量  $m$  [kg] の気体分子が  $n$  [mol] 入っている。 $x, y, z$  軸を図のようにとり、ある分子に注目すると速さは  $v$  [m/s] で、 $x$  成分は  $v_x$  である。 $x=l$  上の壁A (図の斜線が入った部分) にこの分子が1回の弾性衝突で与える力積は ( 1 ) [kg·m/s] となる。同じ分子が再び壁Aに衝突するのは、この衝突から ( 2 ) [s] 後であるので単位時間あたりに ( 3 ) 回衝突する。従って、壁Aが受ける力積は単位時間あたり ( 4 ) [N·s] となる。これが壁Aに働く力となる。これより、この分子が壁Aに与える圧力は ( 5 ) [Pa] と求まる。



次に、立方体中の全ての分子が及ぼす圧力  $P$  [Pa] を考える。分子はそれぞれ異なる速さを持つので、速さの2乗の平均を  $\overline{v^2}$  [m/s] とし、この  $x, y, z$  分をそれぞれ  $\overline{v_x^2}, \overline{v_y^2}, \overline{v_z^2}$  とする。 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ ,  $\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}$  より、 $\overline{v_x^2} = ( 6 ) \times \overline{v^2}$  となる。また、アボガドロ数  $N_A$  を用いると、気体分子の総数は ( 7 ) なので、全分子が壁Aに及ぼす力は ( 8 ) と求まる。これより、壁Aが受ける圧力  $P$  は ( 9 ) [Pa] と求まる。

立方体中の気体分子が持つ全エネルギーを調べよう。気体分子1個がもつ運動エネルギーは  $\overline{v^2}$  を用いて ( 10 ) なので、立方体内の全分子が持つ運動エネルギーは、立方体の体積  $V$  [m<sup>3</sup>] を用いると ( 11 ) と表せる。また、理想気体の状態方程式から、気体の温度を  $T$  [K] とすると、 $PV = ( 12 )$  となるので、気体分子が持つ全エネルギーは ( 13 ) [J] と求まる。これが気体の内部エネルギーである。

5 次の文章を読み、各問いに答えよ。

体積  $V$  [m<sup>3</sup>] の容器の中に圧力  $P$  [Pa], 温度  $T$  [K] の単原子分子気体  $n$  [mol] が入っている。この気体の内部エネルギー  $U$  [J] と分子の総数  $N$  から気体分子1個当たりのエネルギー  $\epsilon$  が導出できる。ただし、気体定数を  $R$  [J/mol·K], アボガドロ数を  $N_A$  とする。また、酸素、水素原子の原子量はそれぞれ 16, 1 である。

- (1)  $U$  を求めよ。{ $n, R, T$ }
- (2)  $N$  を求めよ。{ $n, N_A$ }
- (3)  $\epsilon$  を求めよ。{ $N_A, R, T$ }
- (4) 気体分子の分子量を  $M$  として、自乗平均速度  $\sqrt{\overline{v^2}}$  を求めよ。
- (5) 同じ温度で、酸素分子の自乗平均速度は水素分子の何倍か。

### 【チャレンジ問題】

6 次の文章を読み、各問いに答えよ。ただし、気体定数を  $R$  [J/mol·K], アボガドロ数を  $N_A$  とする。

半径  $r$  [m] の球があり、この中に質量  $m$  [kg] の気体分子が  $n$  [mol] 入っている。この球の中心  $O$  を通る断面で切った円が図に描かれている。この平面内で気体分子の速さ  $v$  [m/s] で図中の点  $P$  に弾性衝突する、点  $P$  の衝突直前の速度方向と  $OP$  のなす角度を  $\theta$  とすると点  $P$  での衝突で面に与える力積は ( 1 ) [kg·m/s] となる。次の衝突点を  $Q$  とすると、 $PQ = ( 2 )$  [m] となることから、同じ分子が再び面に衝突するのは、この衝突から ( 3 ) [s] 後である。これより、単位時間あたりに ( 4 ) 回衝突する。従って、面が受ける力積は単位時間あたり ( 5 ) [N·s] となる。これが面に働く力となるので、この気体分子1つが球面に及ぼす圧力は ( 6 ) [Pa] と求まる。球内の全気体分子から球面が受ける全圧力  $P$  は ( 7 )  $\times$  ( 6 ) となる。ここで、球の体積を  $V$  [m<sup>3</sup>] とすると、 $P = ( 8 )$  [Pa]… (A) と式変形できる。気体の温度を  $T$  [K] とすると、(A) 式と状態方程式から、気体の内部エネルギーが ( 8 ) [J] と求まる。

