

物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

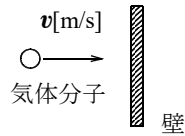
No.15

分子運動論編

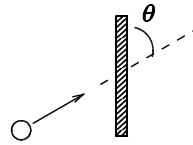
フツリヨキワメヨ

1 次の文章を読み、各問いに答えよ。

質量 m [kg] の気体分子が速さ v [m/s] で運動している。(図1), (図2) で気体分子が1回衝突することで壁が受ける力積の大きさを求めよ。ただし、気体分子と壁の衝突は弾性的であるとする。



(図1)

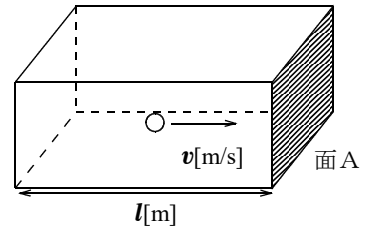


(図2)

2 次の文章を読み、各問いに答えよ。

図のような断面積 S [m²], 高さ l [m] の直方体の容器内に気体が入っている。この気体中の粒子1つの運動に注目する。質量 m [kg] のこの粒子は図の向き (面Aに垂直) に速さ v [m/s] で運動している。ただし、気体粒子と壁の衝突は弾性的であるとする。

- (1) 気体粒子が面Aとの衝突で及ぼす力積の大きさを求めよ。
- (2) 面Aとの衝突してから再び同じ面に衝突するまでの時間を求めよ。
- (3) 気体粒子は壁Aに単位時間当たり何回衝突するか。
- (4) 気体粒子が面Aに及ぼす力の大きさを求めよ。
- (5) (4)から、面Aに働く圧力を求めよ。



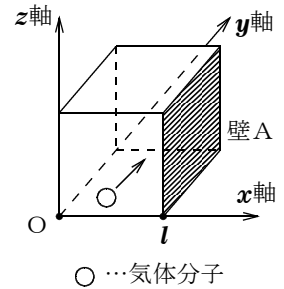
3 次の文章を読み、各問いに答えよ。

1辺が l [m] の立方体があり、この中に質量 m [kg] の気体分子が n [mol] 入っており、圧力と温度は P [Pa], T [K] となっている。ただし、気体粒子と壁の衝突は弾性的であり、気体定数を R [J/mol·K], アボガドロ数を N_A とする。

- (1) 気体が占める体積を求めよ。
- (2) 状態方程式を立てよ。
- (3) 気体分子の総数 N を求めよ。
- (4) ボルツマン定数 $k = \frac{R}{N_A}$, N を用いて(2)を表し直せ。

4 次の文章を読み、空欄に適切な式を入れよ。ただし、気体定数を R [J/mol·K] とする。

1辺 l [m] の立方体があり、この中に質量 m [kg] の気体分子が n [mol] 入っている。 x, y, z 軸を図のようにとり、ある分子に注目すると速さは v [m/s] で、 x 成分は v_x である。 $x=l$ 上の壁A (図の斜線が入った部分) にこの分子が1回の弾性衝突で与える力積は (1) [kg·m/s] となる。同じ分子が再び壁Aに衝突するのは、この衝突から (2) [s] 後であるので単位時間あたりに (3) 回衝突する。従って、壁Aが受ける力積は単位時間あたり (4) [N·s] となる。これが壁Aに働く力となる。これより、この分子が壁Aに与える圧力は (5) [Pa] と求まる。



次に、立方体中の全ての分子が及ぼす圧力 P [Pa] を考える。分子はそれぞれ異なる速さを持つので、速さの2乗の平均を $\overline{v^2}$ [m²/s²] とし、この x, y, z 分をそれぞれ $\overline{v_x^2}, \overline{v_y^2}, \overline{v_z^2}$ とする。 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$, $\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}$ より、 $\overline{v_x^2} = (6) \times \overline{v^2}$ となる。また、アボガドロ数 N_A を用いると、気体分子の総数は (7) なので、全分子が壁Aに及ぼす力は (8) と求まる。これより、壁Aが受ける圧力 P は (9) [Pa] と求まる。

立方体中の気体分子が持つ全エネルギーを調べよう。気体分子1個がもつ運動エネルギーは $\overline{v^2}$ を用いて (10) なので、立方体内の全分子が持つ運動エネルギーは、立方体の体積 V [m³] を用いると (11) と表せる。また、理想気体の状態方程式から、気体の温度を T [K] とすると、 $PV = (12)$ となるので、気体分子が持つ全エネルギーは (13) [J] と求まる。これが気体の内部エネルギーである。

5 次の文章を読み、各問いに答えよ。

体積 V [m³] の容器の中に圧力 P [Pa], 温度 T [K] の単原子分子気体 n [mol] が入っている。この気体の内部エネルギー U [J] と分子の総数 N から気体分子1個当たりのエネルギー ϵ が導出できる。ただし、気体定数を R [J/mol·K], アボガドロ数を N_A とする。また、酸素、水素原子の原子量はそれぞれ 16, 1 である。

- (1) U を求めよ。{ n, R, T }
- (2) N を求めよ。{ n, N_A }
- (3) ϵ を求めよ。{ N_A, R, T }
- (4) 気体分子の分子量を M として、自乗平均速度 $\sqrt{\overline{v^2}}$ を求めよ。
- (5) 同じ温度で、酸素分子の自乗平均速度は水素分子の何倍か。

【チャレンジ問題】

6 次の文章を読み、各問いに答えよ。ただし、気体定数を R [J/mol·K], アボガドロ数を N_A とする。

半径 r [m] の球があり、この中に質量 m [kg] の気体分子が n [mol] 入っている。この球の中心 O を通る断面で切った円が図に描かれている。この平面内で気体分子の速さ v [m/s] で図中の点 P に弾性衝突する、点 P の衝突直前の速度方向と OP のなす角度を θ とすると点 P での衝突で面に与える力積は (1) [kg·m/s] となる。次の衝突点を Q とすると、 $PQ = (2)$ [m] となることから、同じ分子が再び面に衝突するのは、この衝突から (3) [s] 後である。これより、単位時間あたりに (4) 回衝突する。従って、面が受ける力積は単位時間あたり (5) [N·s] となる。これが面に働く力となるので、この気体分子1つが球面に及ぼす圧力は (6) [Pa] と求まる。球内の全気体分子から球面が受ける全圧力 P は (7) \times (6) となる。ここで、球の体積を V [m³] とすると、 $P = (8)$ [Pa]… (A) と式変形できる。気体の温度を T [K] とすると、(A) 式と状態方程式から、気体の内部エネルギーが (8) [J] と求まる。

