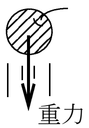
物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

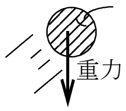
No.6
運動の法則編
ブツリヨキワメヨ

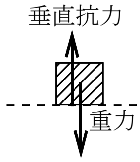
1

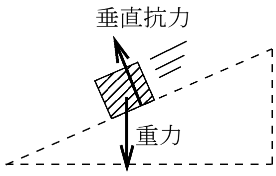
【力の見つけ方】
①注目する物体を実線で描く。
②①に触れているモノだけを点線で描く。
※触れているモノからしか力は受けないので，関係ないものは描かない。
③重力を描く。
④②から受ける力を描く。
※作用点はモノと物体が触れている点。

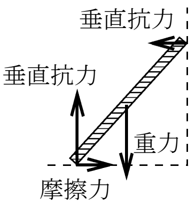
(1)

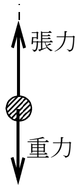

(2)


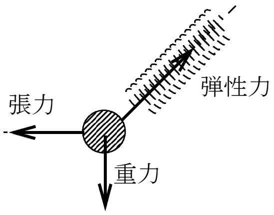
(3)


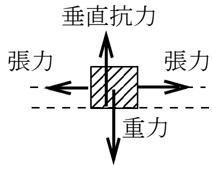
(4)


(5)


(6)


(7)


(8)


(9)


2

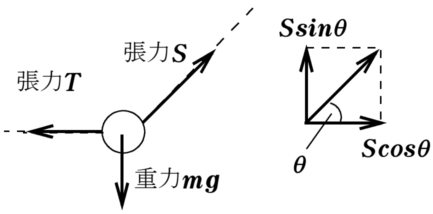
(1)　「力の見つけ方」に従って力を描くと右図のようになる。糸１の張力を $\boldsymbol{T}$，糸２の張力を $\boldsymbol{S}$ とおき，力を水平方向と鉛直方向の２方向に分解する。それぞれの方向について，力のつり合いより，

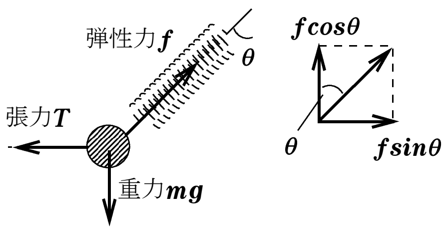
水平方向：$T=S\cos\theta$ …①

鉛直方向：$S\sin\theta=mg$…②

①式と②式から計算すると，

$S=\dfrac{mg}{\sin\theta}$，$T=\dfrac{mg\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{mg}{\tan\theta}$





(2)　「力の見つけ方」に従って力を描くと右図のようになる。
張力を $\boldsymbol{T}$，弾性力を $\boldsymbol{f}$ とおき，力を水平方向と鉛直方向の２方向に分解する。それぞれの方向について，力のつり合いより，

水平方向：$T=f\sin\theta$ …①

鉛直方向：$f\cos\theta=mg$…②

①式と②式から計算すると，

$$f=\frac{mg}{\cos\theta},\quad T=\frac{mg\sin\theta}{\cos\theta}=mg\tan\theta$$

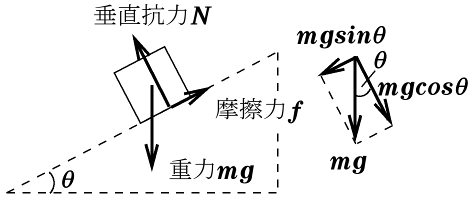
また，弾性力の伸びを $\boldsymbol{x}$ とすると，弾性力は $\boldsymbol{kx}$ と表せることから，

$$\frac{mg}{\cos\theta}=kx \Leftrightarrow x=\frac{mg}{k\cos\theta}$$

(2)　「力の見つけ方」に従って力を描くと右図のようになる。
垂直抗力を $\boldsymbol{N}$，摩擦力を $\boldsymbol{f}$ とおき，力を斜面平行方向と斜面垂直方向の２方向に分解する。それぞれの方向について，力のつり合いより，

斜面平行方向：$f=mg\sin\theta$

斜面垂直方向：$N=mg\cos\theta$



※本問題集では見易さを優先し，今後も作用点を意識せず解答している。

4

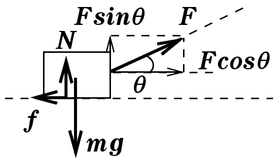
(1)　物体に働く力は右図のようになる。垂直抗力を $\boldsymbol{N}$，摩擦力を $\boldsymbol{f}$ とおくと，力を水平方向と鉛直方向に分解して，力のつりあいの式より

水平方向：$f=F\cos\theta$　…①

鉛直方向：$N+F\sin\theta=mg$　…②

①式と②式より，

$f=F\cos\theta$，$N=mg-F\sin\theta$



(2)　物体が滑らない条件（$f \leqq \mu N$）より，

$F\cos\theta \leqq \mu(mg-F\sin\theta)$

$\Leftrightarrow F(\cos\theta+\mu\sin\theta) \leqq \mu mg$

$$\Leftrightarrow F \leqq \frac{\mu mg}{\cos\theta+\mu\sin\theta}$$

5

(1)　運動方程式（$ma=f$）より，求める値を $\boldsymbol{a}$ として，

$10a=100 \Leftrightarrow a=1.0\times 10$ [m/s^2]

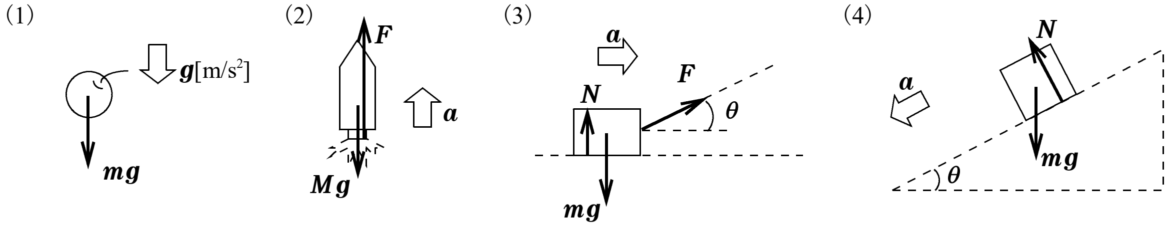
(2)　運動方程式（$ma=f$）より，求める値を $\boldsymbol{f}$ として，

$10\times 10=f \Leftrightarrow a=1.0\times 10^2$ [N]

(3)　運動方程式（$ma=f$）より，求める値を $\boldsymbol{m}$ として，

$m\times 10=100 \Leftrightarrow m=1.0\times 10$ [kg]

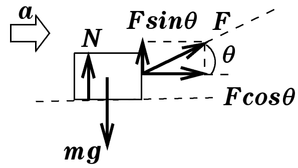
6



(1)② 働く重力の大きさを f とすると，運動方程式（$ma=f$）より，

$mg=f \Leftrightarrow f=mg$

※加速度は g である。



(2)② 加速度の大きさを a とすると，運動方程式（$ma=f$）より，

$Ma=F-Mg \Leftrightarrow a=\dfrac{F-Mg}{M}$

(3)① 右図

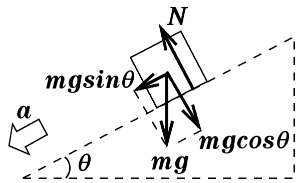
② 加速度の大きさを a とすると，運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=F\cos\theta \Leftrightarrow a=\dfrac{F\cos\theta}{m}$

(4)① 右図

② 加速度の大きさを a とすると，運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=mg\sin\theta \Leftrightarrow a=g\sin\theta$

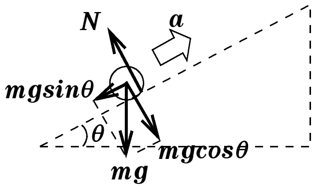


【ポイント】
運動方程式の立て方は以下の通りにすると簡単である。
①「力の見つけ方」に従って力を描く。
②加速度を設定する。
③加速度方向に力を分解する。
④加速度方向を正として，運動方程式（$ma=f$）の右辺に設定した加速度方向にはたらいている力を代入する。

7

(1) 運動方程式（$ma=f$）より，求める値を a として，

$ma=-mg\sin\theta \Leftrightarrow a=-g\sin\theta$



(2) （$v=v_0+at$）より，

$v+(-g\sin\theta)t=v-g\sin\theta\ t$

(3) 最高点に到達するまでに移動する距離 x は，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

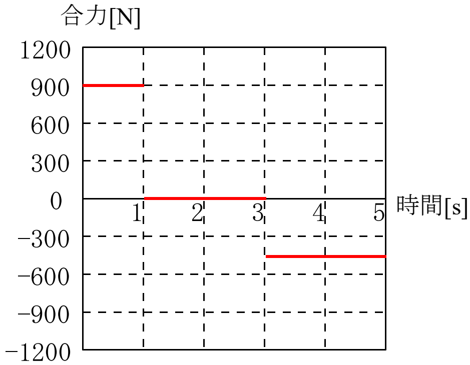
$(0)^2-v^2=2(-g\sin\theta)x \Leftrightarrow x=\dfrac{v^2}{2g\sin\theta}$

(4) (3)で求めた値がＡＢの長さ l より大きければ，物体は点Ｂを越えるので，

$\dfrac{v^2}{2g\sin\theta}>l \Leftrightarrow v>\sqrt{2gl\sin\theta}$

8

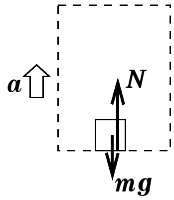
$(v\text{–}t)$グラフの傾きが加速度を表すので，$\mathbf{0}$ ～ $\mathbf{1}$[s]で $\mathbf{3.0}$[m/s^2]，$\mathbf{1}$ ～ $\mathbf{3}$[s]で $\mathbf{0}$[m/s^2]，$\mathbf{3}$ ～ $\mathbf{5}$[s]で$\mathbf{-1.5}$[m/s^2]となっている。質量が $\mathbf{300}$[kg]と与えられているので，運動方程式（$ma=f$）より，グラフは右図のようになる。



9

(1)　物体の働く垂直抗力を N とすると，運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=N-mg \Leftrightarrow N=m(g+a)$ [N]



(2)　加速度が下向きになっていることに注意して，運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=mg-N \Leftrightarrow N=m(g-a)$ [N]

(3)　一定の速さで運動しているので加速度はない。したがって，力のつり合いより，

$N=mg$ [N]

(4)　(2)の結果より，垂直抗力 N が $\mathbf{0}$ となる時なので，

$m(g-a)=0 \Leftrightarrow a=g$ [m/s^2]

【ポイント】
　(1)と(2)では加速度の向きに注意したい。物体に働く力自体に向きの変化はないが，設定する加速度の向きが変わるだけで，運動方程式（$ma=f$）の右辺に代入する正負の値が変わってくる。

10

(1)　（浮力）＝（無くなった液体の重力）より，ρVg [N]となる。

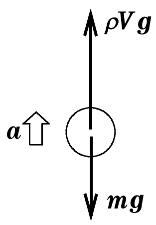
※物体が入ることで無くなった（押しのけられた）液体の体積は V となっている。この分の液体の重力が浮力と等しくなっている。

(2)　下向きに加える力を f とすると，力のつり合いより，

$mg+f=\rho Vg \Leftrightarrow f=(\rho V-m)g$ [N]

(3)　生じる加速度を a として，運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=\rho Vg-mg \Leftrightarrow a=\dfrac{\rho V-m}{m}g$ [m/s^2]



(4)　求める時間を t として，($S=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$) より，

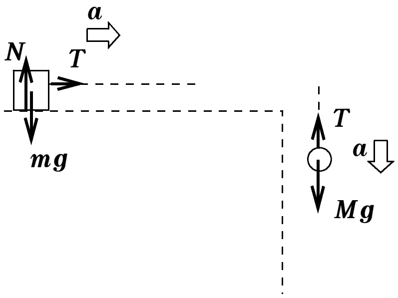
$h=\dfrac{1}{2}\dfrac{\rho V-m}{m}gt^2 \Leftrightarrow t=\sqrt{\dfrac{2mh}{(\rho V-m)g}}$ [s]

11

(1)　物体Ａと物体Ｂに働く力は図のようになるので，それぞれで設定されている加速度の向きを正として，運動方程式（$ma=f$）を立てると，

物体Ａ：$ma=T$…①

物体Ｂ：$Ma=Mg-T$…②



(2)　①式と②式を足して，

$$(m+M)a=Mg\Leftrightarrow a=\frac{M}{m+M}g\ [\mathrm{m/s^2}]$$

(3)　(2)の答えを①式に代入して，

$$T=\frac{mMg}{m+M}\ [\mathrm{N}]$$

(4)　（$v=v_0+at$）より，

$$\frac{Mg}{m+M}t\ [\mathrm{m/s}]$$

(5)　求める時間を t として，（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，

$$h=\frac{1}{2}\frac{Mg}{m+M}t^2\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2(m+M)h}{Mg}}\ [\mathrm{s}]$$

（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，求める値を v として，

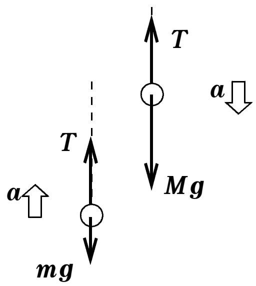
$$v^2-(0)^2=2\frac{Mg}{m+M}h\Leftrightarrow v=\sqrt{\frac{2Mgh}{m+M}}$$

12

(1)　物体Ａと物体Ｂに働く力は図のようになるので，それぞれで設定されている加速度の向きを正として，運動方程式（$ma=f$）を立てると，

物体Ａ：$ma=T-mg$…①

物体Ｂ：$Ma=Mg-T$…②



(2)　①式と②式を足して，

$$(m+M)a=(M-m)g\Leftrightarrow a=\frac{M-m}{m+M}g\ [\mathrm{m/s^2}]$$

(3)　(2)の答えを①式に代入して，

$$T=\frac{2mMg}{m+M}\ [\mathrm{N}]$$

(4)　物体Ａと物体Ｂは同じ加速度で同じ初速度なので同じ速さになる。

（$v=v_0+at$）より，

$$\frac{(M-m)g}{m+M}t\ [\mathrm{m/s}]$$

(5)　h[m]移動した時なので，（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，

$$h=\frac{1}{2}\frac{M-m}{m+M}gt^2\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2(m+M)h}{(M-m)g}}\ [\mathrm{s}]$$

(6)　$2h$[m]移動した時なので，（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，

$$2h=\frac{1}{2}\frac{M-m}{m+M}gt^2\Leftrightarrow t=2\sqrt{\frac{(m+M)h}{(M-m)g}}\ [\mathrm{s}]$$

(7)　（$v=v_0+at$）より，

$$\frac{(M-m)g}{m+M}2\sqrt{\frac{(m+M)h}{(M-m)g}}=2\sqrt{\frac{(M-m)gh}{m+M}}\ \text{[m/s]}$$

※（$v^2-v_0{}^2=2aS$）を用いても同じ解答が得られる。計算としては，この公式を使う方が簡単である。

(8)　物体Bが衝突した後は糸がゆるむので，物体Aに働く力は重力だけとなる，したがって，重力加速度 g の落下運動になるので，糸がたるみ始めてから最高点までに進んだ距離を x とおくと，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

$$(0)^2-\left(2\sqrt{\frac{(M-m)gh}{m+M}}\right)^2=2(-g)x\Leftrightarrow x=\frac{2(M-m)h}{m+M}$$

したがって，地面からの高さは，

$$x+2h=\frac{4Mh}{m+M}\ \text{[m]}$$

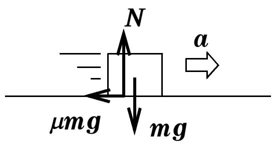
13

(1)　物体に働く力は図のようになるので，鉛直方向についての力のつりあいより，$N=mg$ [N]となる。

(2)　摩擦力の式（$f=\mu N$ ）より，より，μmg [N]となる。

(3)　水平方向に生じる加速度を a として，水平方向について運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=-\mu mg\Leftrightarrow a=-\mu g$ [m/s²]



(4)　求める時刻を t として，（$v=v_0+at$）より，

$$0=v+(-\mu g)t\Leftrightarrow t=\frac{v}{\mu g}\ \text{[s]}$$

(5)　進んだ距離を x とおくと，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

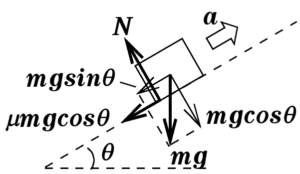
$$(0)^2-v^2=2(-\mu g)x\Leftrightarrow x=\frac{v^2}{2\mu g}$$

(6)　物体に働く力は図のようになるので，斜面に対して垂直な方向についての力のつりあいより，$N=mg\cos\theta$ [N]となる。

(7)　摩擦力の式（$f=\mu N$ ）より，より，$\mu mg\cos\theta$ [N]となる。

(8)　斜面に対して水平な方向に生じる加速度を a として，斜面に対して平行な方向について運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=-mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta\Leftrightarrow a=-g(\sin\theta+\mu\cos\theta)$ [m/s²]



(9)　求める時刻を t として，（$v=v_0+at$）より，

$$0=v+(-g(\sin\theta+\mu\cos\theta))t\Leftrightarrow t=\frac{v}{g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}\ \text{[s]}$$

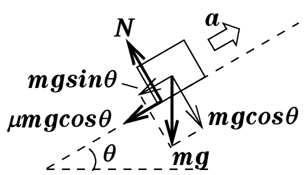
(10)　進んだ距離を x とおくと，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

$$(0)^2-v^2=2(-g(\sin\theta+\mu\cos\theta))x\Leftrightarrow x=\frac{v^2}{2g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$$

14

(1)　物体に働く力は図のようになるので，斜面に対して水平な方向に生じる加速度を $\boldsymbol{a}$ として，斜面に対して水平な方向について運動方程式（$\boldsymbol{ma=f}$）より，

$ma=-mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta \Leftrightarrow a=-g(\sin\theta+\mu\cos\theta)$ [m/s^2]

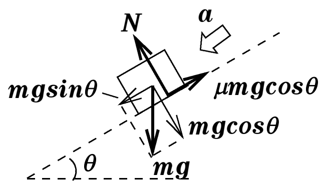


(2)　進んだ距離を $\boldsymbol{x}$ とおくと，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

$(0)^2-v^2=2(-g(\sin\theta+\mu\cos\theta))x \Leftrightarrow x=\dfrac{v^2}{2g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$

(3)　物体に働く力は図のようになるので，斜面に対して水平な方向に生じる加速度を $\boldsymbol{a}$ として，斜面に対して水平な方向について運動方程式（$\boldsymbol{ma=f}$）より，

$ma=mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta \Leftrightarrow a=g(\sin\theta-\mu\cos\theta)$　[m/s^2]



(4)　求める速さを v' とおくと，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

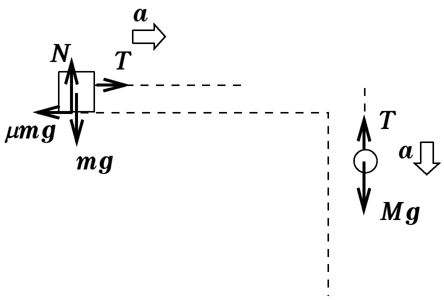
$v'^2-(0)^2=2(g(\sin\theta-\mu\cos\theta))x \Leftrightarrow v'=v\sqrt{\dfrac{\sin\theta-\mu\cos\theta}{\sin\theta+\mu\cos\theta}}$

15

(1)　物体Ａと物体Ｂに働く力は図のようになるので，それぞれで設定されている加速度の向きを正として，運動方程式（$\boldsymbol{ma=f}$）を立てると，

物体Ａ：$ma=T-\mu mg$…①

物体Ｂ：$Ma=Mg-T$…②



(2)　①式と②式を足して，

$(m+M)a=Mg-\mu mg \Leftrightarrow a=\dfrac{M-\mu m}{m+M}g$ [m/s^2]

(3)　(2)の答えを①式に代入して，

$T=\dfrac{(1+\mu)mMg}{m+M}$ [N]

(4)　（$v=v_0+at$）より，

$\dfrac{(M-\mu m)g}{m+M}t$ [m/s]

(5)　求める時間を $\boldsymbol{t}$ として，（$S=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$）より，

$h=\dfrac{1}{2}\dfrac{(M-\mu m)g}{m+M}t^2 \Leftrightarrow t=\sqrt{\dfrac{2(m+M)h}{(M-\mu m)g}}$ [s]

求める速さを $\boldsymbol{v}$ とおくと，（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，

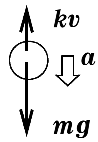
$v^2-(0)^2=2\dfrac{M-\mu m}{m+M}gh \Leftrightarrow v=\sqrt{\dfrac{2gh(M-\mu m)}{m+M}}$

16

(1)　重力の大きさはmg[N]である。

(2)　空気抵抗は問題文から速さに比例するので，大きさが kv[N]となる。図のような力が働くので，生じる加速度を a として，運動方程式（$ma=f$）より，

$ma=mg-kv$



(3)　(2)で求めた答えより，v の係数は負なので，v が大きくなると，加速度 a は小さくなる。

(4)　一定の速さなので加速度が 0 になることから，(2)の答えより，求める速さ v'は，

$m(0)=mg-kv' \Leftrightarrow v'=\dfrac{mg}{k}$

(5)　終端（速度）

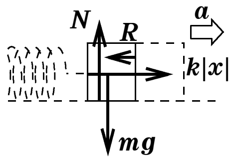
17

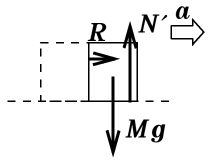
(1)　水平方向の力のつり合いより，指で加えている力は弾性力に等しいので，kA[N]である。

(2)　物体Ａと物体Ｂに働く力は図のようになるので，x 軸方向の加速度 a を設定して，運動方程式（$ma=f$）を立てると，

物体Ａ：$ma=k|x|-R \Leftrightarrow ma=-kx-R$…①

物体Ｂ：$Ma=R$…②





(3)　①式と②式を足して，

$(m+M)a=-kx \Leftrightarrow a=-\dfrac{kx}{m+M}$ [m/s^2]

(4)　(3)で求めた答えを②式に代入して，

$R=-\dfrac{kMx}{m+M}$ [N]

(5)　物体Ａと物体Ｂが離れるとお互いが押し合うことができないので，R が 0 の時に離れる。(4)の答えより，

$-\dfrac{kMx}{m+M}=0 \Leftrightarrow x=0$

※このような問題ではばねが自然長（$x=0$）で物体が離れることが多い。

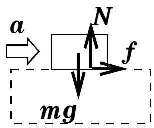
18

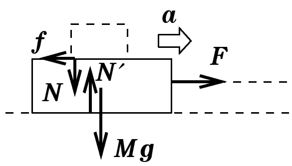
(1)　物体Ａと物体Ｂに働く力は図のようになるので，右向きの加速度 a を設定して，運動方程式（$ma=f$）を立てると，

物体Ａ：$Ma=F-f$…①

物体Ｂ：$ma=f$…②

※鉛直方向の力のつり合いより，$N=mg$ である。





(2)　①式と②式を足して，

$(m+M)a=F \Leftrightarrow a=\dfrac{F}{m+M}$ [m/s^2]

(3)　(2)で求めた答えを②式に代入して，

$f=\dfrac{mF}{m+M}$ [N]

(4)　摩擦力が最大摩擦力を越えると滑り始めるので，（$f>\mu N$）より，

$\dfrac{mF}{m+M}>\mu mg \Leftrightarrow F>\mu(m+M)g$

□■物理的思考■□
　物体Ｂの摩擦力の向きについて間違う解答が多い。物体Ｂの運動方向が右向きだから，摩擦力を安易に左向きと考えてしまうのが原因である。摩擦力は面から受ける力なので，面から見て物体がどの方向に進んでいるかを考えないといけない。この場合，面は物体Ａとなり，物体Ａから見ると物体Ｂは左向きに進もうとするはずなので，摩擦力はそれを妨げる向きで右向きとなる。物体Ａの摩擦力については，作用反作用の関係から逆向きになると考えればよい。

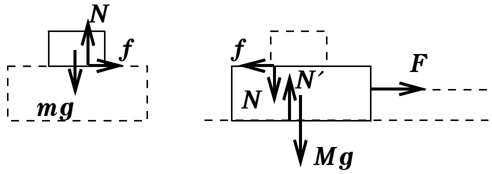
19

(1)　物体Ａと物体Ｂに働く力は図のようになるので，右向きの加速度 a を設定して，運動方程式（$ma=f$）を立てると，

物体Ａ：$Ma=F-f$…①

物体Ｂ：$ma=f$…②

※鉛直方向の力のつり合いより，$N=mg$ である。



(2)　①式と②式を足して，

$(m+M)a=F\Leftrightarrow a=\dfrac{F}{m+M}$ [m/s²]

(3)　(2) で求めた答えを②式に代入して，

$f=\dfrac{mF}{m+M}$ [N]

(4)　$F=F_1$ で滑り始めるので，摩擦力が最大摩擦力になっていると考えられるので，静止摩擦係数を μ_0 とすると，

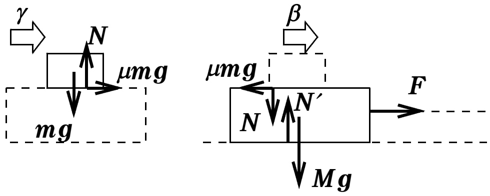
$\dfrac{mF_1}{m+M}=\mu_0 mg\Leftrightarrow\mu_0=\dfrac{F_1}{(m+M)g}$

(5)　滑り始めると，摩擦力が（$f=\mu N$ ）で与えられるので，運動方程式（$ma=f$）を立てると，

$M\beta=F_2-\mu mg$…③

(6)　(5) と同様に，

$m\gamma=\mu mg$…④

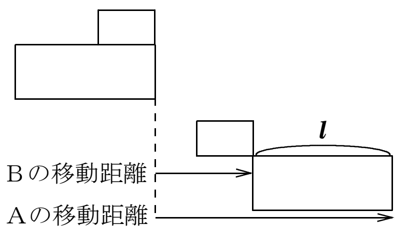


(7)　③式と④式より，加速度を求めると，

$\beta=\dfrac{F_2-\mu mg}{M}$，$\gamma=\mu g$

物体Ｂが物体Ａからすべり落ちるのは，物体Ａと物体Ｂの変位の差が物体Ａの横幅 l に等しくなった時なので，（$S=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$）より，

$$\frac{1}{2}\beta t^2-\frac{1}{2}\gamma t^2=l\Leftrightarrow\frac{1}{2}(\beta-\gamma)t^2=l\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2l}{\beta-\gamma}}=\sqrt{\frac{2Ml}{F_2-\mu(m+M)g}}\ \text{[s]}$$



□■物理的思考■□

(7)は相対運動を考えても解答することができる。物体Aから見て物体Aが左向きに l 進んだ時が，物体Bが物体Aから落ちるときである。物体Aから見て，

相対初速度：$0-0=0$

相対加速度：$\gamma-\beta$

となるので，（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，右向きを正として，

$$\frac{1}{2}(\gamma-\beta)t^2=-l$$

となり，同じ式が導ける。