物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.2
速度編
ブツリヨキワメヨ

1

(1)　速さの定義は単位時間当たりの位置変化なので，

$$\frac{8.0-2.0}{2.0-1.0}=\color{red}{6.0}\,[\mathrm{m/s}]$$

(2)　(1)と同様に，

$$\frac{18.0-0}{3.0-0}=\color{red}{6.0}\ [\mathrm{m/s}]$$

(3)　点Ｂでの瞬間の速さは点Ｂでの接線 $\boldsymbol{l}$ の傾きから求められるので，

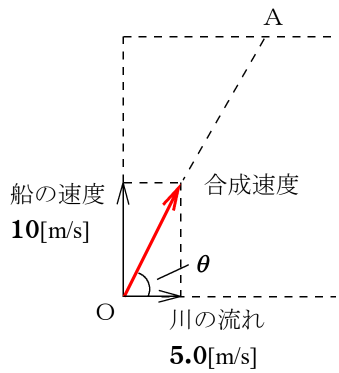
$$\frac{8.0-0}{2.0-1.0}=\color{red}{8.0}\,[\mathrm{m/s}]$$

(4)　接線の傾きが一番大きくなる点なので，答えは点Ｃとなる。

【今後の展望】
　このグラフの運動が示しているのは，速さが一定ではないということである。中学とは違い速さが一定ではない運動を，高校物理で扱う。このように速さを増していく運動を加速度運動と言い，単位時間当たりに速さが増す割合を加速度という。

2

(1)　速度を合成すると図のようになるので，答えは $\tan\theta=\color{red}{2.0}$ となる。



(2)　(1)の図での合成速度が，岸で静止している人から見た船の速度となるので，辺の比より，

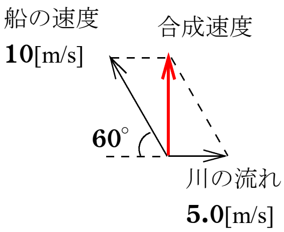
$5.0\times\sqrt{5}\rightarrow\color{red}{1.1\times 10}\,[\mathrm{m/s}]$

(3)　(1)の図で，出発地点Ｏから対岸の地点Ａまで到達するのに，合成速度でＯＡ間の距離を進むことになるので，かかる時間は，

$$\frac{20\times\frac{\sqrt{5}}{2}}{5.0\sqrt{5}}=\color{red}{2.0}\,[\mathrm{s}]$$

□■物理的思考■□
　物理で大事な考え方は成分分解である。これは簡単に言うと，垂直な２方向に分解して別々に考えるということである。例えばこの問題では，船が出発してから対岸に着くまでで，縦（岸に対して垂直）方向では速さ 10[m/s]で運動し，20[m]進んでいる。これから考えると，岸に着くまでの時間は，$\frac{20}{10}=2.0$[s]とすぐに求まる。このように，物理においては，縦と横のように，垂直な２方向に分けて考えることが最も大事になる。

(4)　川の流れの影響を考えると，川上に船首（船の進行方向）を向けないといけない。川の流れと船の速度の合成速度が岸に対して垂直であればいいので，下の図より，答えは **60°** となる。



(5)　合成速度は辺の比より，$5.0\sqrt{3}$ [m/s]となるので，

$$\frac{20}{5.0\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\rightarrow \mathbf{2.3}\,[\mathrm{s}]$$

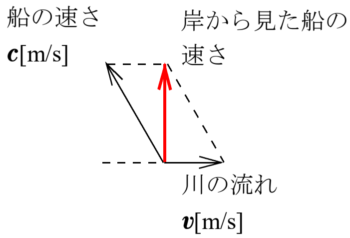
3

(1)　船の進む向きと川の流れは往路では同じで，復路では反対なので，
往路：$c+v$
復路：$c-v$

(2)　距離を速さで割ることから，

$$\frac{l}{c+v}+\frac{l}{c-v}=\frac{l(c-v)+l(c+v)}{(c+v)(c-v)}=\frac{2cl}{c^2-v^2}$$

(3)　岸に対して垂直に進むためには，図のように船首を傾ける必要があるので，岸から見た船の速さは，三平方の定理より，
$\sqrt{c^2-v^2}$



(4)　距離を速さで割ることから，

$$\frac{2l}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

(5)　(2)の答え－(4)の答えを計算して，正か負になることから調べる。

$$\frac{2cl}{c^2-v^2}-\frac{2l}{\sqrt{c^2-v^2}}=2l\left(\frac{c}{c^2-v^2}-\frac{\sqrt{c^2-v^2}}{c^2-v^2}\right)=\frac{2l}{c^2-v^2}\left(c-\sqrt{c^2-v^2}\right)>0$$

したがって，(2)の答えの方が(4)の答えより大きいので，**(4)の経路**の方が時間が短い。

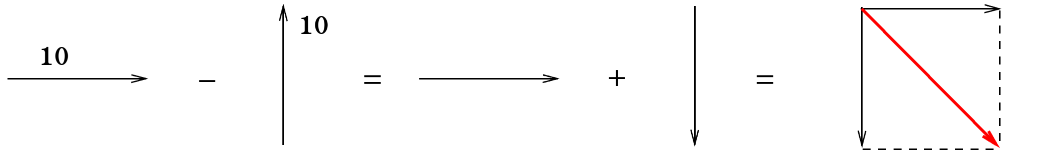
4

【ポイント】
Ａから見たＢの速度といったように，静止している立場から見た（絶対的な）速度に対して，ある観測者から見た速度を相対速度という。相対速度は「見られる方（Ｂ）」－「見る方（Ａ）」で与えられる。
※（Ａから見た）Ｂの速度なので，見られる方（Ｂ）が主役なので，見られる方（Ｂ）が引かれる（引かれる）方となる。

(1)　「見られる方（Ｂ）」－「見る方（Ａ）」より，
$20-10=\mathbf{10}$ [m/s]（**北向き**）

(2)　「見られる方（Ａ）」－「見る方（Ｂ）」より，
$10-20=-10$ [m/s]（北向き）
したがって，**南向きに 10** [m/s]となる。

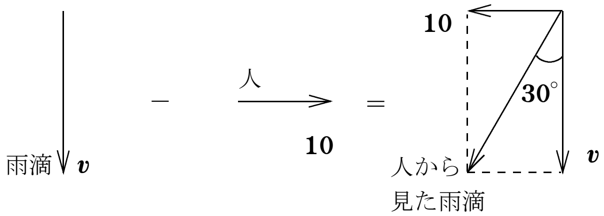
(3)　向きがばらばらなので，ベクトルを用いて，「見られる方（C）」－「見る方（A）」より，



辺の比より，相対速度は南東方向に$10\sqrt{2} \rightarrow 1.4\times 10$[m/s]となる。

5

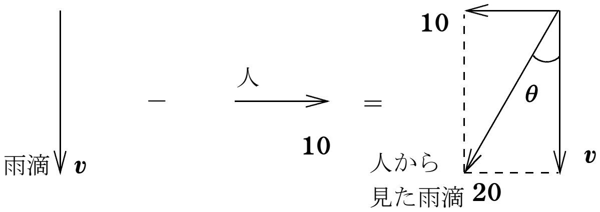
　問題文に与えられている情報をしっかりと整理しよう。人から見た雨滴の速度（相対速度）を求めたいので，人と雨の速度が必要になってくる。しかし，人の速度は与えられているものの，雨滴の速度が与えられていない。仕方ないので，雨滴の速度を $\boldsymbol{v}$ と与えて解くしかない。人が水平方向に，雨滴が鉛直方向に進んでいること，そして，人から見て雨滴が鉛直線から 30° 傾いて降っているように見えることから，「見られる方（雨)」－「見る方（人)」より，



　辺の比より，
人から見た雨滴の速さ：20[m/s]
雨滴の速さ：$v=10\sqrt{3} \rightarrow 17$[m/s]

6

　雨滴の速度を $\boldsymbol{v}$，人から見て雨滴が鉛直線から θ 傾いて降っているとすると，「見られる方（雨)」－「見る方（人)」より，



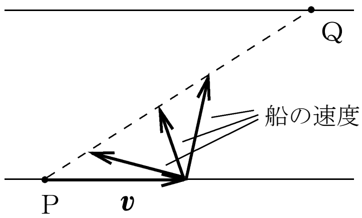
辺の比より，
雨滴の落下速度：$v=10\sqrt{3} \rightarrow 17$[m/s]
鉛直線からの角度：30°

7

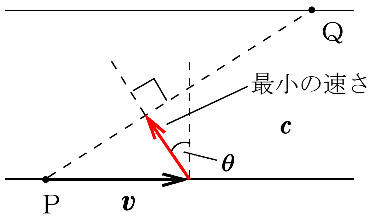
(1)　船が線分ＰＱ上を進んで行くための条件を考える。川の流れ $\boldsymbol{v}$ から考えると，船がＰＱ上を進むためには，（図１）のように，川の流れのベクトルの終点を始点，線分ＰＱ上の任意の点を終点としたベクトルになるような速度であればよい。(（図１）のいずれの場合も､川の流れと船の速度の合成速度はＰからＱへと向かう向きとなっている。) ここで求めたいのは，線分ＰＱ上を進むための最小の速さなので，（図２）のように，船の速度と線分ＰＱが垂直になるときである。この時の速さを $\boldsymbol{c}$，船の速度と岸に対する垂線とのなす角を θ とすると，２つの速度ベクトルが作る三角形とＰＱを斜辺とした三角形に注目することで，

$$\sin\theta = \frac{c}{v} = \frac{l}{\sqrt{l^2+h^2}} \cdots①$$

が成り立つことが分かる。これを式変形して，$\dfrac{lv}{\sqrt{l^2+h^2}}$ と求まる。



（図１）



（図２）

(2)　①式より，

$$\sin\theta = \frac{l}{\sqrt{l^2+h^2}}$$

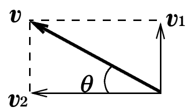
(3)　距離を速さで割ることから，

$$\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{\dfrac{hv}{\sqrt{l^2+h^2}}} = \frac{l^2+h^2}{hv}$$

8

(1)　船の速度をＯＰ方向とＯＲ方向に分解し，２方向の分速度をそれぞれ，v_1，v_2 とすると，

$\sin\theta = \dfrac{v_1}{v}$ が成り立つので，$v_1 = v\sin\theta$ と求まる。



(2)　(1)と同様に考えて，$\cos\theta = \dfrac{v_2}{v}$ が成り立つので，$v_2 = v\cos\theta$ と求まる。

(3)　川の流速との合成速度を考えると，流速がＯＲ方向しかないことから考えて，ＯＰ方向の合成速度は，$\underline{v\sin\theta}$ となる。

(4)　ＯＲ方向は流速があり，かつ，船の速度のＯＲ方向成分と反対なので，ＯＲ方向の合成速度は，$\underline{v\cos\theta - w}$ となる。

(5)　a は t[s]間で船がＯＰ方向に進んだ距離に等しいので，ＯＰ方向について，速さと時間の積から，

$a = v\sin\theta \times t$…①

(6)　b は t[s]間で船がＯＲ方向に進んだ距離と漂流者が進んだ距離の和に等しいので，ＯＲ方向について，速さと時間の積から，

$b = (v\cos\theta \times t - wt) + wt = v\cos\theta \times t$…②

(7)　①式を②式で割ると，

$\dfrac{v\sin\theta}{v\cos\theta} = \dfrac{a}{b} \Leftrightarrow \tan\theta = \dfrac{a}{b}$…③

※なお，ここでは数学の公式 $\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$ を用いた。

(A)　図中の三角形ＯＲＴは③式を満たしていることから，船の速度は点Ｔを向いていることが分かる。したがって，答えは<u>ウ</u>となる。

(8)　t を求めるので①式または②式を用いればよいが，ここでは指定された文字式に注意したい。「a，b，v を使って」とあるので，①式と②式と共通して入っている θ を使えないということに気付きたい。したがって，θ を消去することを考える。これを実行するためには，数学の公式 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を用いると，右辺に θ が無くなり，θ を消去することができる。①式と②式を式変形して，この公式に代入すると，

$$\left(\frac{a}{vt}\right)^2+\left(\frac{b}{vt}\right)^2=1 \Leftrightarrow \frac{a^2+b^2}{v^2t^2}=1 \quad \therefore t=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{v}$$

(9)　漂流者が救助される位置は，点Ｔから川下に wt の位置なので，この値が b より小さければ題意を満たすので，

$$w\times\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{v}<b \Leftrightarrow v>\frac{w\sqrt{a^2+b^2}}{b}$$

(10)　相対速度はこれまでの問題でベクトルで考えてきたが，ベクトルだと難しいので，この問題のテーマである「垂直な２方向に分けて考える」ことから解いていく，「見られる方（船）」－「見る方（漂流者）」をＯＰ方向とＯＲ方向に分けて考えると，

ＯＰ方向：$0-v\sin\theta=-v\sin\theta$　（上向き正）

ＯＲ方向：$-w-(v\cos\theta-w)=-v\cos\theta$　（左向き正）

合成速度は，三平方の定理より，

$$\sqrt{(v\cos\theta)^2+(-v\sin\theta)^2}=v$$

したがって，漂流者から見ると，船は一定の速さ v で近づいて来るように見える。

□■物理的思考■□

①この問題は垂直な２方向，つまり，ＯＰ方向とＯＲ方向の２方向に分けて考えた。物理ではこういう考え方がとても大事で，加速度運動や落体の運動を始め，様々な運動で使う考え方である。

②(10)から漂流者から見て船は一定の速さ v で近づいていることが分かった。最初離れていた距離が $\sqrt{a^2+b^2}$ なので，距離を速さで割ることから時間が，

$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{v}$$

と求まる。

解説動画

速度・平均の速さ・瞬間の速さの解説動画

速度の合成・分解の解説動画

相対速度の解説動画