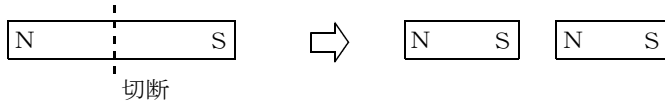


4. 電磁気

4. 5 磁場

① 磁極

磁石にはN極とS極がありこれらを磁極と言います。異なる磁極同士では引力が、同じ磁極同士では斥力が働きます。これらの性質は電荷と非常に良く似ています。ただし、違うこともあり、それは、電荷と違って、磁極を単独で取り出すことはできないということです。次の図のような磁石を半分に切断しても、N極側の半分はN極だけになるかというとうそにはなりません。対になるS極が必ず反対側に現れます。電気量に相当する磁極の量を磁気量と言い、[Wb (ウェーバ)]で表します。



② 磁場と磁力線

ある場所に置かれた磁気量 $1[\text{Wb}]$ のN極が受ける磁気的な力をその場所での**磁場**と言い、 H を用いて表します。これは電場の定義と大変よく似ています。これより、磁気量 $m[\text{Wb}]$ の磁極が磁場 H から受ける力 F は次のように表すことができます。

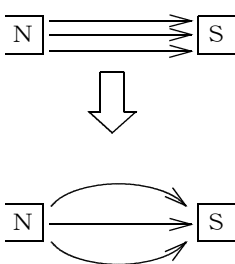
$$F=mH$$

これより、磁場の単位は[N/Wb]となることが分かります。

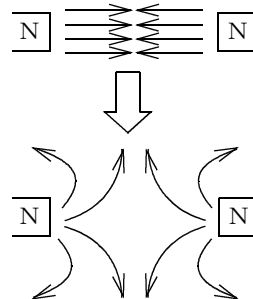
磁力線は磁場を表す矢印を連続的に描いたもので、磁場の強さが H の場所では単位面積当たり H 本の磁力線を引きます。N極を置いたときにどういう向きに力を受け、進んで行くかを表したものです。N極が受ける力を表しているので、以下のような性質があることが分かります。

- ① 磁力線は (ア) 極から出て (イ) 極に入る。
- ② 磁力線の面積密度は (ウ) の強さを表す。
- ③ 磁力線上の各点における (エ) は各点での電場の向きを表す。
- ④ 磁力線は (オ) もうとする。
- ⑤ 磁力線は互いに (カ) する。
- ⑥ 磁力線は枝分かかれも、交差もしない。

ア：N イ：S ウ：磁場 エ：接線 オ：縮もう カ：反発



磁力線が互いに反発する性質を持つと考えると

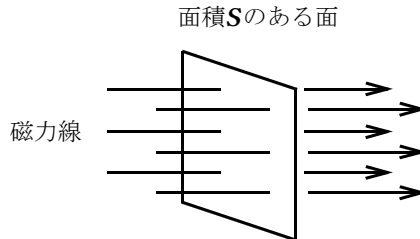


□ pick up words

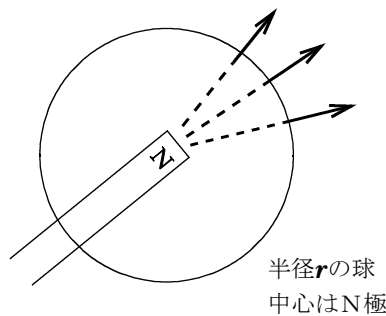
- ・電場
- ・電気力線
- ・地磁気

③ 磁気量に関するガウスの法則

磁極が単独で存在することができないので、多少無理がある議論になりますが、 m [Wb]の磁気量をもったN極から出る磁力線の本数を求めてみましょう。磁場の強さが H の場所では磁力線を単位面積当たり H 本引くというのが磁力線の定義です。したがって、正電荷から出る電気力線すべてが面積 S のある面を通過していたとすると、電気力線の本数は HS となります。



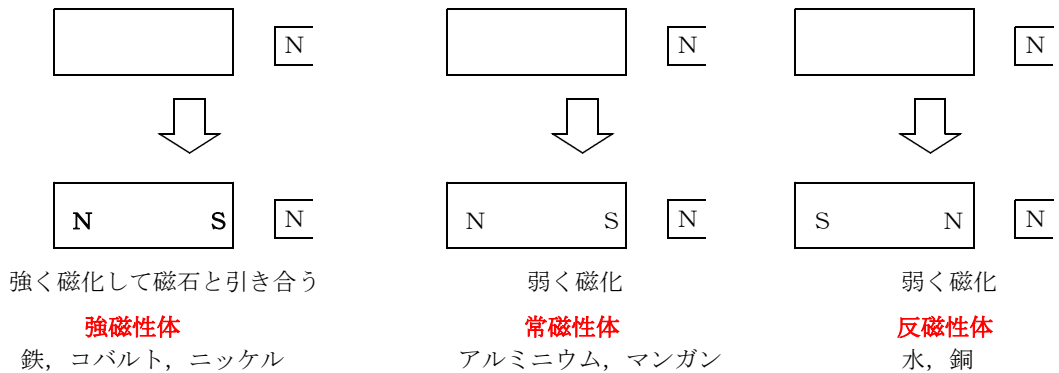
次に、磁気量 m [Wb]のN極から出る磁力線の本数を調べましょう。N極を中心とする半径 r [m]の球面 S 上では、磁気力のクーロン力 ($f = \frac{km m'}{r^2}$) 定数を k [Nm²/C²]とすると、磁場の強さが (1) [N/C] となっています。球面 S の面積が (2) [m²]であることから、球面 S を貫く磁力線の総数、つまり、磁気量 m [Wb]のN極から出る磁力線の本数は (3) [本]と求まります。



- pick up words
 ・ガウスの法則

④ 磁化

磁石を近づけると、磁石の性質を持つ物質があります。たとえば、鉄に磁石を近づけると、鉄は磁石に近づきます。これは、鉄が磁石の性質を持つ（磁化）ことで、磁石に近づいているのです。このように、磁石に近づくまで強く磁化する物質を**強磁性体**と言います。強磁性体のように強く磁化せず、弱く磁化するものを**常磁性体**と言います。また、磁石と反発する方向に弱く磁化するものもあり、これを**反磁性体**と言います。



⑤ 電流が作る磁場

19世紀初頭、大学教授であったエルステッドが講義中に流した電流の近くに置いた方位磁針が振れるのを発見しました。このことから電流を流すことで磁場が生じることが分かったのです。その後の実験から以下のような電流と磁場の関係が分かりました。

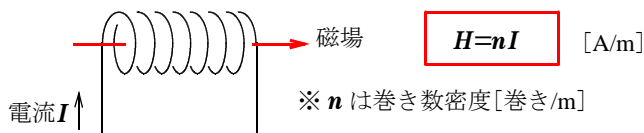
(1) 直線電流が作る磁場



(2) 円形電流が作る磁場



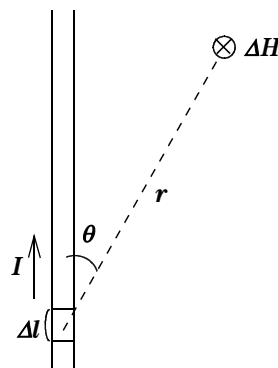
(3) ソレノイドコイルが作る磁場



【発展（ビオ・サバルの法則）】

ビオとサバルは電流が作る磁場を、電流が流れている各部分で作る磁場の合成からできていると考えて以下の式を導きました。

$$\Delta H = \frac{I \Delta l \sin \theta}{4\pi r^2}$$



この式を用いて前述の電流が作る磁場の公式を導出していきましょう。まずは、円形電流から考えます。円形電流はコイルの中心に作る磁場ですので、角度 θ は 90° になっています。また、電流のいずれの部分も、コイルの中心からは半径 r だけ離れています。これをビオ・サバルの式に代入すると次のようになります。

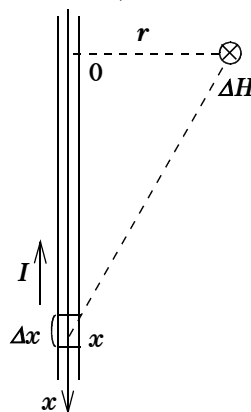
$$H = \sum \Delta H = \sum \frac{I \Delta l}{4\pi r r^2} = \frac{I}{4\pi r^2} \sum \Delta l = \frac{I}{4\pi r^2} 2\pi r = \frac{I}{2r}$$

同様に、直線電流が作る磁場も導出していきましょう。図のように x 軸を定めると、 x 軸上の減点から r 離れた点に作る磁場は次のように表すことができます。

$$\Delta H = \frac{I \Delta x \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right)}{4\pi (\sqrt{r^2 + x^2})^2} = \frac{I r}{4\pi (\sqrt{r^2 + x^2})^3} \Delta x$$

全微小電流からの磁場を足し合わせることで磁場を求めることができるので、 $-\infty \leq x \leq +\infty$ の範囲で積分すると、

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I r}{4\pi (\sqrt{r^2 + x^2})^3} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{I r}{4\pi r^3 \cos^3 \theta} \frac{r d\theta}{\cos^2 \theta} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{I \cos \theta}{4\pi r} d\theta = \frac{I}{2\pi r}$$



と求めることができます。

最後にソレノイドコイルが中心に作る磁場を求めてみましょう。
 右の図のように、ソレノイドコイルの一部である、 x 付近の長さ Δx のコイル群が原点に作る磁場を調べます。コイル群の一部の長さ Δl が原点に作る磁場の大きさは ($\Delta H = \frac{I \Delta l \sin \theta}{4\pi r^2}$) より、コイル群の巻き数注意すると、次のようになります。

$$\Delta H' = \frac{In \Delta x \Delta l \sin 90}{4\pi (\sqrt{r^2 + x^2})^2}$$

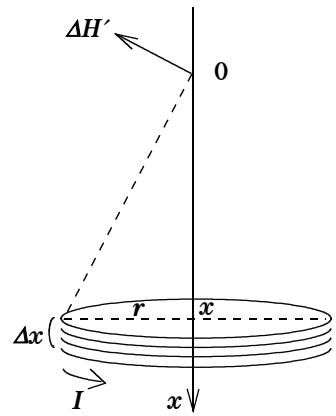
したがって、コイル群一周では、 $\Delta l = 2\pi r$ となることから、コイル群が原点に作る磁場の x 成分 ΔH は次のようになります。

$$\Delta H = \frac{I 2\pi n \Delta x}{4\pi (\sqrt{r^2 + x^2})^2} \times \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

全微小電流からの磁場を足し合わせることで磁場を求めることができるので、 $-\infty \leq x \leq +\infty$ の範囲で積分すると、

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n I r^2}{2 (\sqrt{r^2 + x^2})^3} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{n I}{2 \cos^3 \theta} \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta = n I$$

となり、ソレノイドコイルにおける中心での磁場の強さを導けます。



- pick up words
 ・地磁気の測定

⑥ 透磁率と磁束密度

電流が作る磁場について学習しましたが、私たちが思っている「磁場」とここでの磁場は少し違います。例えば、コイルに電流を流すことで作成できる電磁石の強さですが、コイルの中心に鉄しんを入れるか入れないかで電磁石の強さは変わってきます。私たちが思っている「磁場」とはこの電磁石に通じるものだと思います。しかし、ソレノイドコイルの磁場の式 ($H=nI$) を見ても、鉄心を入れたときに「磁場」が強くなるというものはありません。ここで、鉄しんの透磁率を μ として、これを係数に入れた式を **磁束密度** といい、

$$B=\mu H$$

と表します。この透磁率はもちろん物質によって変わります。鉄のように強磁性体であれば強く磁化して「磁場」を強くしますが、アルミニウムは弱く磁化するので「磁場」をあまり強くはしません。何度も言いますが、この「磁場」を磁束密度いい、 B を用いて表します。

pick up words

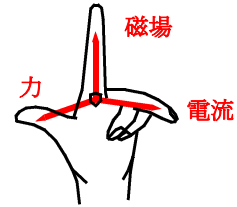
・ 比透磁率

⑦ 電流が磁場から受ける力

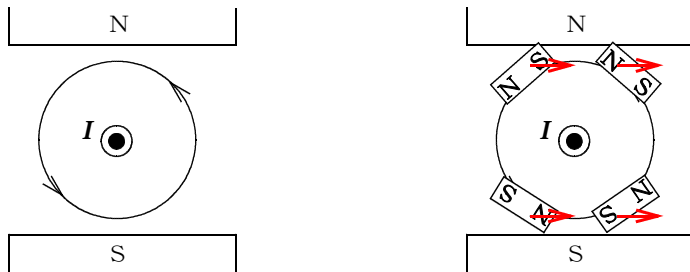
磁場中に電流が流れると、電流が磁場から力を受けることが分かりました。電流と磁場、そして、力の向きは左手を使って、次の図のようになります。これをフレミングの左手の法則と言います。

このときの力の大きさは電流の強さ I や磁場の強さ H 、そして、力を受ける部分である電流が流れている導線の長さ l に比例します。もちろんですが、磁場よりも磁束密度 B で考えないといけないので (⑥参照)、電流が磁場から受ける力の大きさは次のようになります。

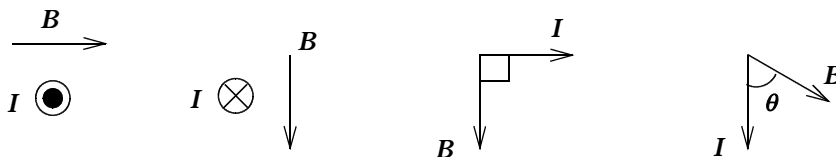
$$F = BIl = \mu HIl$$



簡単にですが、電流が磁場から受ける力の向きが左手の法則で決まる向きになるかを説明しておきます。図のようなN極とS極ではさまれた空間内に紙面裏から表向きに電流を流します。この電流は右ねじの法則より、反時計回りの磁力線を作ります。磁力線はN極から出てS極に入るので、電流が作る磁力線上の一部が磁石になっていると考えます。このとき、磁力線上の磁石は実際のN極やS極から斥力や引力を受け、いずれも右向きの力を受けます。



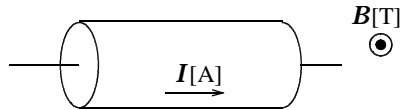
(練習) 電流が $I[m]$ 当たりに磁場から受ける力の大きさと向きを求めなさい。



- pick up words
- ・平行電流に働く力

⑧ ローレンツ力

磁束密度 B の磁場を垂直に横切るようにして電流 I が流れると、長さ l 当たり BIl の力を受けることが前節から分かりました。電流は導線内にある自由電子の流れでしたから、電子1つ1つが力を受け、その合計が BIl になると考えました。図のように、断面積 S 、長さ l の金属に電流 I が流れていると考えます。



電子の単位体積当たりの個数を n とすると、この金属中に含まれる自由電子の個数は (1) となる。したがって、電子1つが受ける力を f とすると、

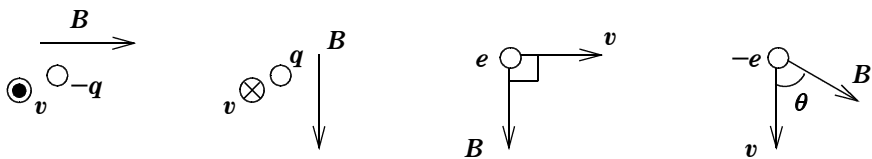
$$f \times (1) = BIl$$

となります。一方、自由電子の電気量を $-e$ 、速さを v とすると、 $I = (2)$ と表せることから、 $f = Bev$ を導けます。この力 f を **ローレンツ力** と言います。自由電子でなくとも、正や負、電気量の大きさに関わらず荷電粒子が磁場中を運動するとローレンツ力が働きます。電気量を一般化して q とおくと、ローレンツ力は以下のように表すことができます。

$$f = Bqv$$

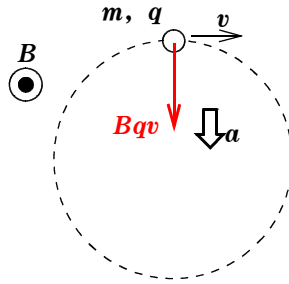
- 《ローレンツ力の求め方》
- ① 荷電粒子の動きから電流の向きを定義する。
 - ② フレミングの左手の法則から力の向きを求める。
 - ③ 力の向きは②で求めているので、ローレンツ力は大きさで考える。

(練習) 荷電粒子が受けるローレンツ力の大きさと向きを求めなさい。



⑨ 荷電粒子の運動

磁場中を運動する荷電粒子がローレンツ力を受けるとどのような運動になるか考えてみましょう。**荷電粒子の速度とローレンツ力は常に垂直なのでローレンツ力は仕事をしません**。したがって、荷電粒子のエネルギーは一定です。また、速度と力、つまり、速度と加速度が垂直な場合は円運動をしました。これに加えて、先述のエネルギーが一定であることを足すと、荷電粒子は等速円運動をすることが分かります。次の図のように、質量 m 、電気量 q の荷電粒子が磁束密度 B の磁場中を運動する場合を考えます。



働く力は大きさ Bqv のローレンツ力だけなので、半径を r として円の中心方向について運動方程式を立てると、次のようになります。

$$m \frac{v^2}{r} = Bqv$$

この式を解くことで、半径を求めたり、速さを求めたりすることができます。さて、ここで周期を求めて見ましょう。周期 T は1周するのにかかる時間ですので、円周の長さを速さで割ることから求めることができます。したがって、周期は

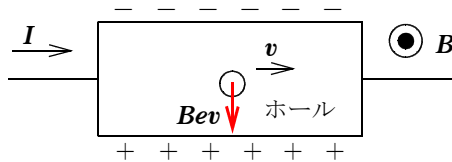
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{Bq}$$

と計算できます。最後の式から周期は荷電粒子の速さに依存していないことが分かります。

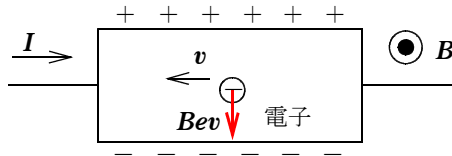
- pick up words
・サイクロトロン

⑩ ホール効果

4章4節の固体物理の②で不純物半導体について学びました。不純物半導体には2種類あり、電流の担い手(キャリア)が負の電気を帯びた電子であるN型半導体とキャリアが正電荷と同じ振る舞いをする正孔(ホール)であるP型半導体がありました。磁場中に置かれた半導体に電流を流すと、キャリアがローレンツ力を受けます。この力の方向にキャリアが移動することで半導体の中で電荷の偏りができます。これをホール効果と言います。それでは、紙面裏から表向きの磁束密度 B の磁場中に置かれたP型半導体に紙面右向きに電流 I を流した場合について考えてみましょう。



速さ v で進むホールは磁場から紙面下向きに Bev のローレンツ力を受けます。したがって、ホールがP型半導体の下部に集まるため、上部が負、下部が正の電荷の偏りができます。



N型半導体の場合、キャリアが電子になりますが、電流の向きと磁場の向きが同じであればローレンツ力の向きは変わりません。したがって、電子がN型半導体の下部に集まるため、上部が正、下部が負の電荷の偏りができます。

このように、P型半導体とN型半導体では電荷の偏りの向きが異なるため、ホール効果が半導体の判別に使われてもいます。

□ pick up words

- ・ 電場
- ・ 電流の定義式
- ・ $V=Ed$