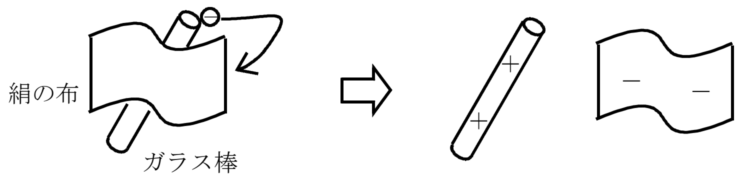
４．電磁気

４．１　電場と電位

①　摩擦電気

電気の発見は紀元前にさかのぼります。琥珀（植物の樹液の化石）を布でこすることで静電気が生じることを発見していました。この琥珀が electricity の語源になっています。

絹の布とガラス棒をこすり合わせたときを考えます。このとき，ガラス棒の電子が絹の布に移動することでガラス棒が（１：　　　　　）に，絹の布が（２：　　　　　）に帯電します。



ここで帯電した電気量（単位は[C（クーロン）]）について考えてみましょう。絹の布もガラス棒ももともと帯電していなかったものとしましょう。移動した電子の電気量を $-q$[C]とすると，ガラス棒の電気量は（３：　　　　　）[C]に，絹の布の電気量は（４：　　　　　）[C]になります。注目したのは合計の電気量です。絹の布とガラス棒の合計の電気量が変わらないこと（これを**電気量保存則**と言います）はすぐ理解できるかと思います。ただ，これを法則として覚えるのではなく，電子のやりとりを物体間でしているだけなので総電気量が変わるはずないと理解して下さい。

□ pick up words

・帯電する

・電気量

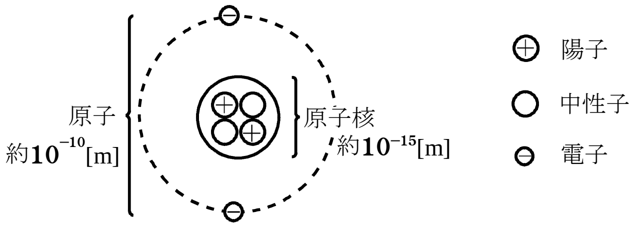
・[C（クーロン）]

・電気量保存則

１：正　２：負　３：$+q$　４：$-q$

② 原子構造

原子は中心に陽子と中性子からなる原子核とその周りを運動している電子でできています。ヘリウム原子は次の図のような構造になっています。



よく見て欲しいのは原子の大きさと原子核の大きさです。原子は原子核の約 10^5 倍の大きさになっています。仮に原子核の直径を 2[cm]とすると原子の直径は 2[km]となります。図では描き表せないほどの大きさの違いがあることが分かると思います。原子核はただでさえ小さい原子よりはるかに小さいのです。その狭い領域に陽子が隣接していますが，正の電気同士に生じる斥力よりはるかに大きい核力で結びついています。

□ pick up words

・原子
・原子核
・陽子
・中性子
・電子
・核力

③　クーロン力

正の電気を帯びた物体同士では斥力が働くことが知られています。正に帯電した物体を正電荷，負に帯電した電荷を負電荷と言います。１７８５年，クーロンはこの電荷間の間に働く力が互いの電気量に比例し，電荷間の距離の２乗に反比例することを実験で示しました。電気量を $\boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{q'}$[C]，電荷間の距離を $\boldsymbol{r}$[m]，比例定数を $\boldsymbol{k}$ とすると電荷間に働く力 $\boldsymbol{f}$ は次式のようになります。

$$\boxed{\boldsymbol{f}=\frac{\boldsymbol{kqq'}}{\boldsymbol{r}^2}\,[\mathrm{N}]}$$

これをクーロンの法則と言います。比例定数 $\boldsymbol{k}$ の単位は次のようにして式変形することで求めることができます。覚える必要はありません。

$$\boldsymbol{k}=\frac{\boldsymbol{fr}^2}{\boldsymbol{qq'}}=\frac{[\mathrm{N}][\mathrm{m}^2]}{[\mathrm{C}^2]}=[\mathrm{Nm}^2/\mathrm{C}^2]$$

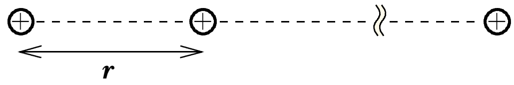
この比例定数は真空中で $\mathbf{9.0\times10^9}$[Nm²/C²]です。

□ pick up words

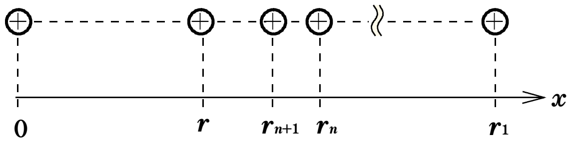
・クーロン力$\boldsymbol{f}=\dfrac{\boldsymbol{kqq'}}{\boldsymbol{r}^2}$

④　クーロン力による位置エネルギー

クーロン力は保存力で　クーロン力に逆らってした仕事は（位置）エネルギーとして蓄えることができます。単純に考えてみましょう。２つの正電荷を用意し，１つの正電荷を無限遠の点から電荷間の距離が $\boldsymbol{r}$ の場所まで近づけます。



クーロンの法則から考えて，近づくことでより大きい斥力を受けます。近づけた正電荷は支えを離すと，また無限遠の点へと向かって加速していきます。このとき，クーロン力が仕事をするのが分かりますね。正電荷を無限遠の点から電荷間の距離が $\boldsymbol{r}$ の場所まで近づけたときに外部から加えた力のした仕事の分だけ位置エネルギーとしてたくわえ，位置エネルギーの分だけクーロン力が仕事できるようになります。保存力に逆らって仕事されたらその分が位置エネルギーとしてたくわえることができるのです。このことを利用してクーロン力による位置エネルギーを求めていきましょう。次の図のような $\boldsymbol{x}$ 軸を設定して，$\boldsymbol{x=r_n}$ から $\boldsymbol{x=r_{n+1}}$ まで正電荷を運ぶのに必要な仕事 $\boldsymbol{\Delta W}$ を求めてみます。



移動させることで電荷間の距離が変わるのでクーロン力の大きさは変化します。ここでは，$\boldsymbol{r_n}$ から $\boldsymbol{r_{n+1}}$ までの距離が微小距離と考えてクーロン力の大きさが $\dfrac{kqq'}{r_n r_{n+1}}$ で一定とすると，$\boldsymbol{\Delta W}$ は，

$$\Delta W=\frac{kqq'}{r_n r_{n+1}}\times\left(\quad 1\quad\right)=kqq'\left(\frac{1}{r_{n+1}}-\frac{1}{r_n}\right)$$

と求まります。無限遠の点から $\boldsymbol{x=r}$ までを微小区間に区切り，微小区間を運ぶのに必要な仕事 $\boldsymbol{\Delta W}$ を求めて和を取ることで正電荷を無限遠の点から電荷間の距離が $\boldsymbol{r}$ の場所まで近づけたときに外部から加えた力のした仕事 $\boldsymbol{W}$ を求めます。したがって，

$$W=kqq\left\{\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)+\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_2}\right)+\left(\frac{1}{r_4}-\frac{1}{r_3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{r_{N-1}}-\frac{1}{r_{N-2}}\right)+\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_{N-1}}\right)\right\}=kqq'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\fallingdotseq\frac{kqq'}{r}$$

と計算できます。ここでは，$\boldsymbol{r_N=r}$，$\dfrac{1}{r_1}=\dfrac{1}{\infty}\to 0$ としています。ここで求めた仕事が位置エネルギーとして蓄えられているので，クーロン力による位置エネルギーは次式で表されます。

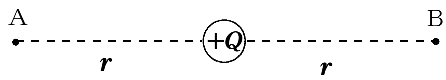
$$\boxed{U=\frac{kqq'}{r}\ [\mathrm{J}]}$$

１：$\boldsymbol{r_n-r_{n+1}}$

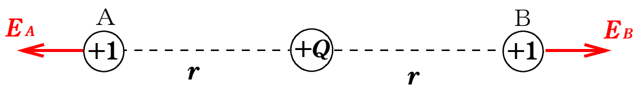
⑤　電場

電磁気の範囲では場という考え方を使います。力は接触して初めて働くものですが，万有引力は接触しなくても働いていました。クーロン力も同じです。２つの電荷が離れていても力が働いています。これを場を使って考えていきます。負電荷を１つ置いたときに，例えばですが，その電荷を中心とした下り坂ができるとします。このとき，もう１つの正電荷をおくと下り坂を滑り下りていきます。このような場ができて，電荷を場に置いたときに力を受けると考えるわけです。

さて，電場の定義について説明していきます。<u>試験電荷（**+1**[C]）がある場所で受ける静電気力をその場所での電場</u>としています。次の図のように，**+*Q***[C]の電荷の周りにできる電場を調べてみましょう。



電場は試験電荷（**+1**[C]）が受ける力なので，電場を調べたい場所に試験電荷（**+1**[C]）を置いてみましょう。この時に受ける静電気力が電場となるので，電場の向きは次の図のようになります。



電場の強さはクーロン力の公式（$f=\dfrac{kqq'}{r^2}$）より，

$$E_A=\frac{k(Q)(1)}{r^2}=\frac{kQ}{r^2},\quad E_B=\frac{k(Q)(1)}{r^2}=\frac{kQ}{r^2}$$

と求まります。また，試験電荷（**+1**[C]）が受ける力 f が電場で E なので，その場所に q[C]の電荷を置けば qE[N]の力を受けます。これより，$f=qE$ という公式を導けます。これえを式変形することで電場の単位を求めることができます。

$$E=\frac{f}{q}=[\mathrm{N/C}]$$

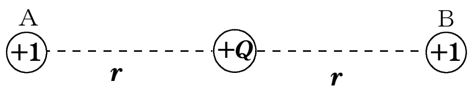
☐ pick up words

・試験電荷

・電場

⑥　電位と電位差

ある場所で試験電荷（+1[C]）を置いたときに，その場所で試験電荷が持つ静電気力による位置エネルギーを電位と言います。エネルギーはスカラー量ですので電場と違い向きはありません。



上の図の場合では，点Aと点Bの電位はクーロン力による位置エネルギーの公式（$U=\frac{kqq'}{r}$）より，

$$V_A=\frac{K(Q)(1)}{r}=\frac{kQ}{r},\ V_B=\frac{k(Q)(1)}{r}=\frac{kQ}{r}$$

となります。また，試験電荷（**+1**[C]）が持つ位置エネルギー U が電位で V なので，その場所に q[C]の電荷を置けば，その電荷は qV[N]の位置エネルギーを持つことになります。これより，$U=qV$ という公式を導けます。これを式変形することで電位の単位を求めることができます。

$$V=\frac{U}{q}=[\mathrm{J/C}]$$

ある点CとDの電位を V_1，V_2 とするとき V_1-V_2 を電位差といいます。点Dから点Cに q[C]の電荷をゆっくり運ぶとき外部から仕事 W を要するとします。仕事をした分だけ，電荷のエネルギーに変わりますが，今回はゆっくり運ぶので運動エネルギーには変わらず位置エネルギーに変わります。したがって，（$U=qV$）を用いると仕事 W は，

$$W=qV_1-qV_2=q(V_1-V_2)$$

となります。電位差を V とすると，次の公式を導くことができます。

$$\boxed{W=qV}$$

ただし，V は電位ではなく，電位差を表しています。この公式は電位差のある２点間を電荷が移動したときに電場に逆らって外部から加えた力がした仕事を表しています。

□ pick up words

・電位

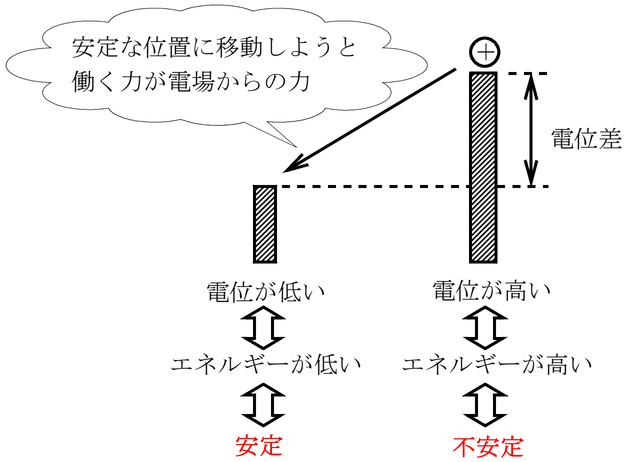
・電位差

・$W=qV$

⑦　電位差と電場

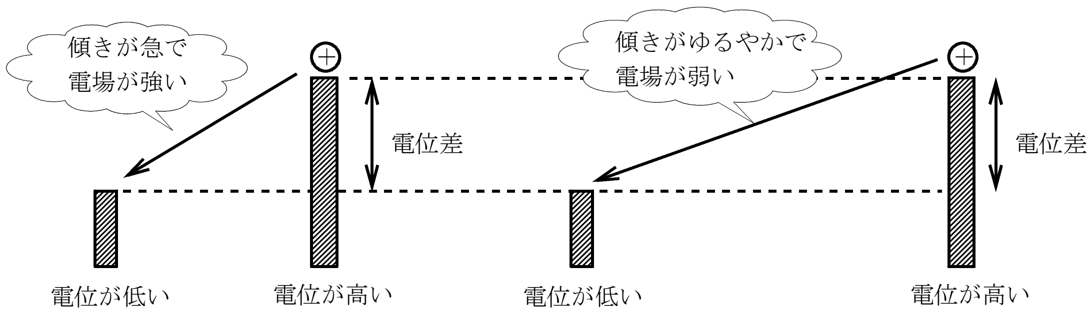
電位は正電荷の持つエネルギーで，エネルギーが高いと不安定になり，安定な位置，つまり，エネルギーが低い位置に移動しようとします。重力による位置エネルギーもそうです。高い位置では位置エネルギーが大きく不安定なので，位置エネルギーが低く安定した低い位置に移動しようとします。したがって，電位の差があると位置エネルギーの差があるので，重力が働いて位置エネルギーが低い方向へと移動するのと同様に，電位が高い方から低い方向へ電場から力を受け正電荷が移動します。この電位の差のことを電位差（電圧）と言います。

。



次の２つの図を考えてみましょう。左の図と右の図では，どちらの方が電場からの力が強いか分かりますか？

滑り台のイメージで左の方が電場が強くなっていることが分かります。電位差が同じでも距離で電場からの力も変わってきます。



少し難しくなりますが，これより，傾き（縦軸電位，横軸距離）が電場の強さを表していることが分かります。これを式で表すと次のようになります。電位 $\boldsymbol{V}$ が低い方向へ電場が生じているのでマイナスが付いています。

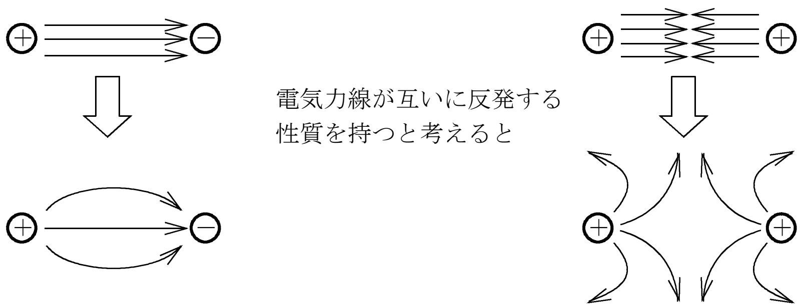
$$\boxed{E=-\frac{dV}{dx}}$$

⑧　電気力線

　電気力線は電場を表す矢印を連続的に描いたもので，正電荷を置いたときにどういう向きに力を受け，進んで行くかを表したものです。正電荷が受ける力を表しているので，以下のような性質があることが分かります。

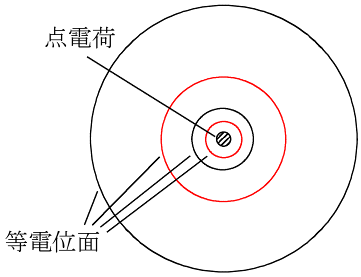
①　電気力線は（　ア　）電荷から出て（　イ　）電荷に入る。
②　電気力線の面積密度は（　ウ　）の強さを表す。
③　電気力線上の各点における（　エ　）は各点での電場の向きを表す。
④　電気力線は（　オ　）もうとする。
⑤　電気力線は互いに（　カ　）する。
⑥　電気力線は枝分かれも，交差もしない。

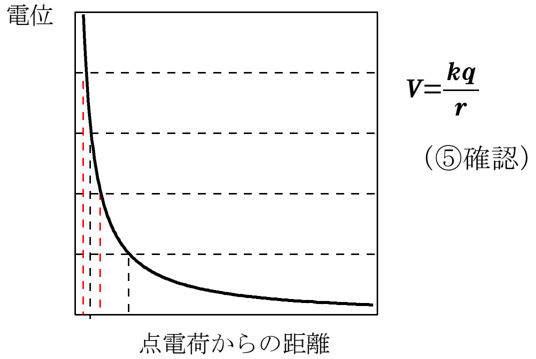
ア：正　イ：負　ウ：電場　エ：接線　オ：縮もう　カ：反発



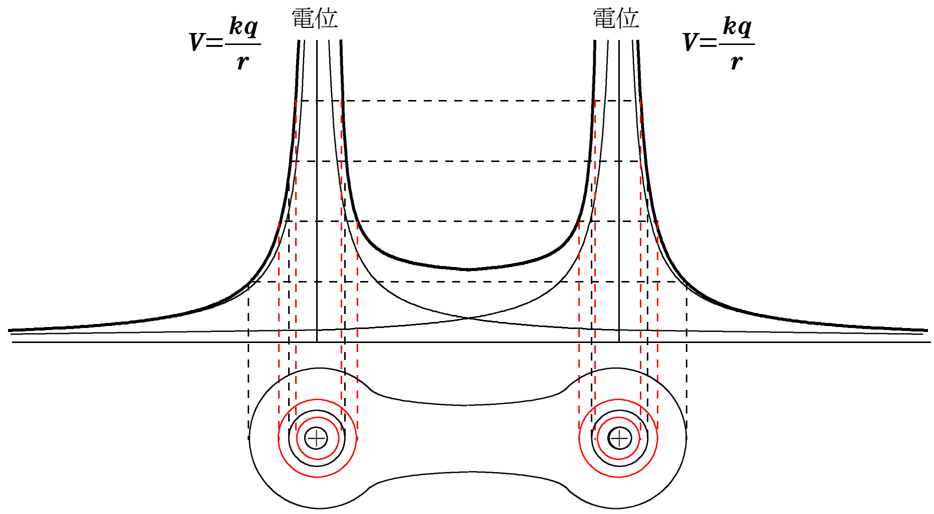
⑨　等電位面

　等電位面は電位が等しい点の集合です。正電荷の周りの電位は正電荷からの距離によって決まるので，等電位面は正電荷（$\boldsymbol{q}$[C]）を中心とした円形となります。また，グラフで表したように，等電位を表した円の間隔は点電荷から離れるにつれて広くなっていることが分かります。

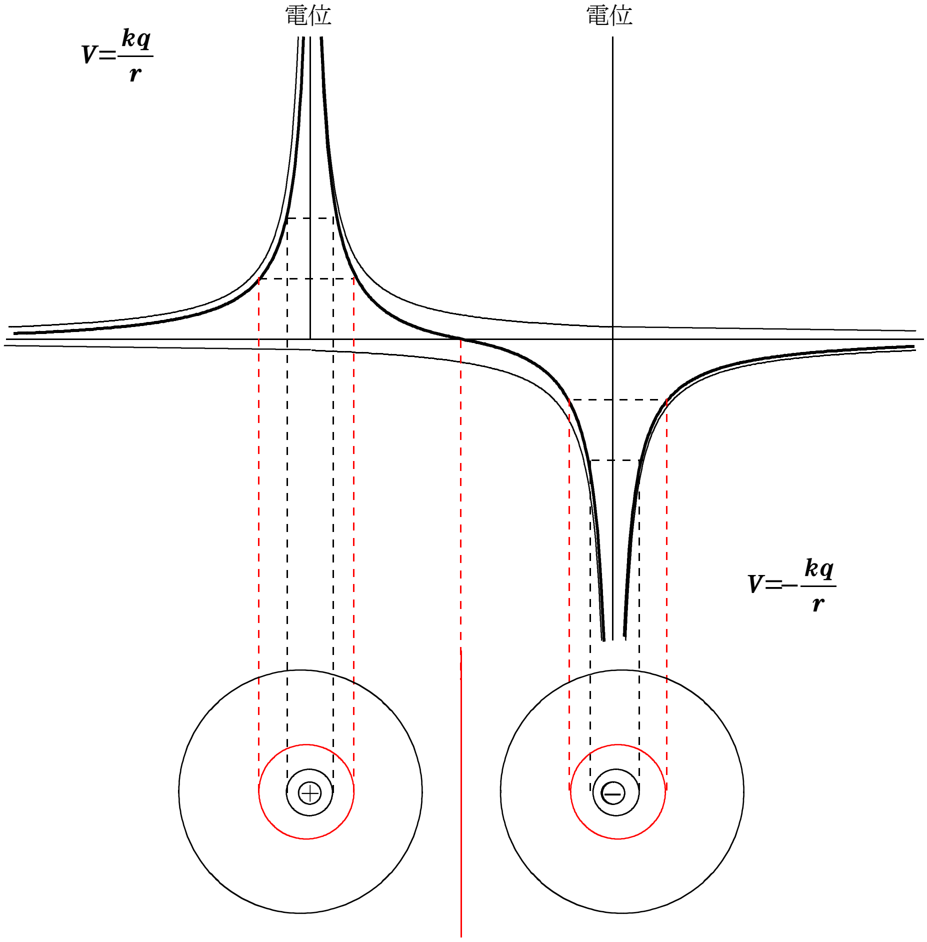




　同じ電気量の正電荷（$\boldsymbol{q}$[C]）を２つ置いたときの正電荷を結ぶ直線上にそれぞれの点電荷が作る電位は次のグラフのようになります。電位はスカラー量（向きがない量）なので足し合わせるだけで合成電位が求めることができ，グラフの太線が合成電位を表しています。等電位の場所を調べると，左側にある点電荷周辺の電位は点電荷の左側より右側の方が高くなっています。したがって，点電荷付近の等電位面を表す円はもう一方の点電荷側によることが分かります。また，グラフ中の一番下にある点線から，電位 $\boldsymbol{V}$ を満たす点は２つの点電荷を結ぶ線上には存在しないことも分かります。



同じ大きさの電気量の正電荷（$\boldsymbol{q}$[C]）と負電荷（$-\boldsymbol{q}$[C]）を置いたときの正電荷を結ぶ直線上にそれぞれの点電荷が作る電位は次のグラフのようになります。今回は正負反対の電位になるので，２つの点電荷の垂直２等分線上では合成電位が **0** となっています。



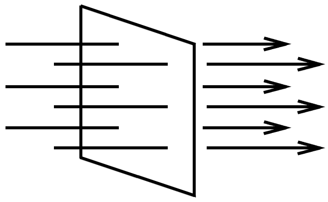
等電位面は以下のような性質を持ちます。

①　等電位面の間隔が狭いほど電場が（　ア　）。
②　等電位面と電気力線は（　イ　）する。
③　等電位面は互いに交差しない。

ア：強い　イ：直交

⑩　ガウスの法則

電気力線の本数を求めてみましょう。電場の強さが $\boldsymbol{E}$ の場所では電気力線を単位面積当たり $\boldsymbol{E}$ 本引くというのが電気力線の定義です。したがって，正電荷から出る電気力線すべてが面積 $\boldsymbol{S}$ のある面を通過していたとすると、電気力線の本数は $\boldsymbol{ES}$ となります。

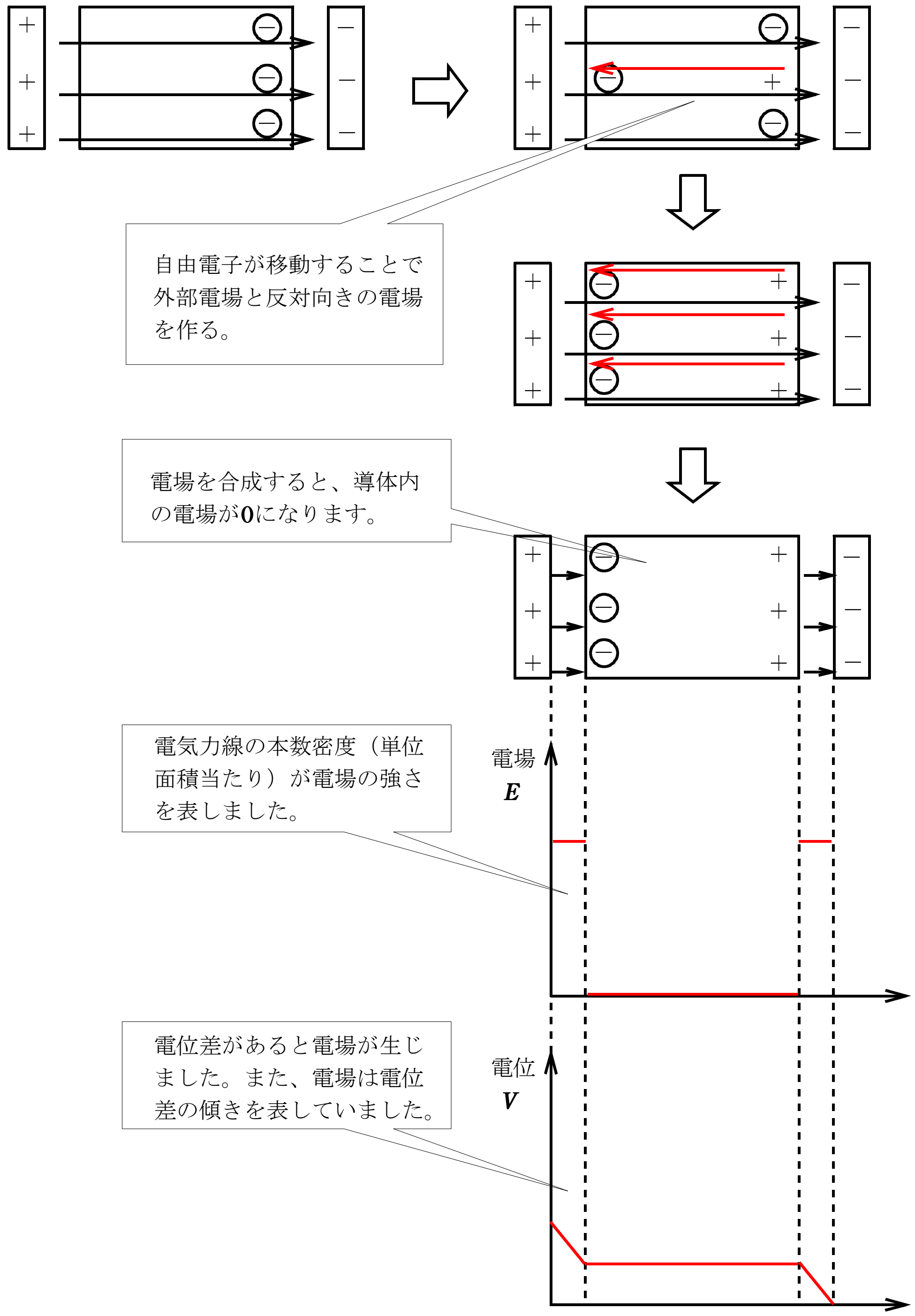


次に、電気量$+\boldsymbol{Q}$[C]の正電荷が出る電気力線の本数を調べましょう。正電荷を中心とする半径 $\boldsymbol{r}$[m]の球面Ｓ上では，クーロン力定数を $\boldsymbol{k}$[Nm^2/C^2]とすると，電場の強さが（　１　）[N/C]となっています。球面Ｓの面積が（　２　）[m^2]であることから，球面Ｓを貫く電気力線の総数，つまり，電気量$+\boldsymbol{Q}$[C]の正電荷が出る電気力線の本数は（　３　）[本]と求まります。誘電率 $\boldsymbol{\varepsilon}$ を用いて表すと$\dfrac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{\varepsilon}}$[本]となります。ただし，$\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{\varepsilon}$ は$4\pi k=\dfrac{1}{\varepsilon}$の関係があります。

１：$\dfrac{kQ}{r^2}$　２：$4\pi r^2$　３：$4\pi kQ$

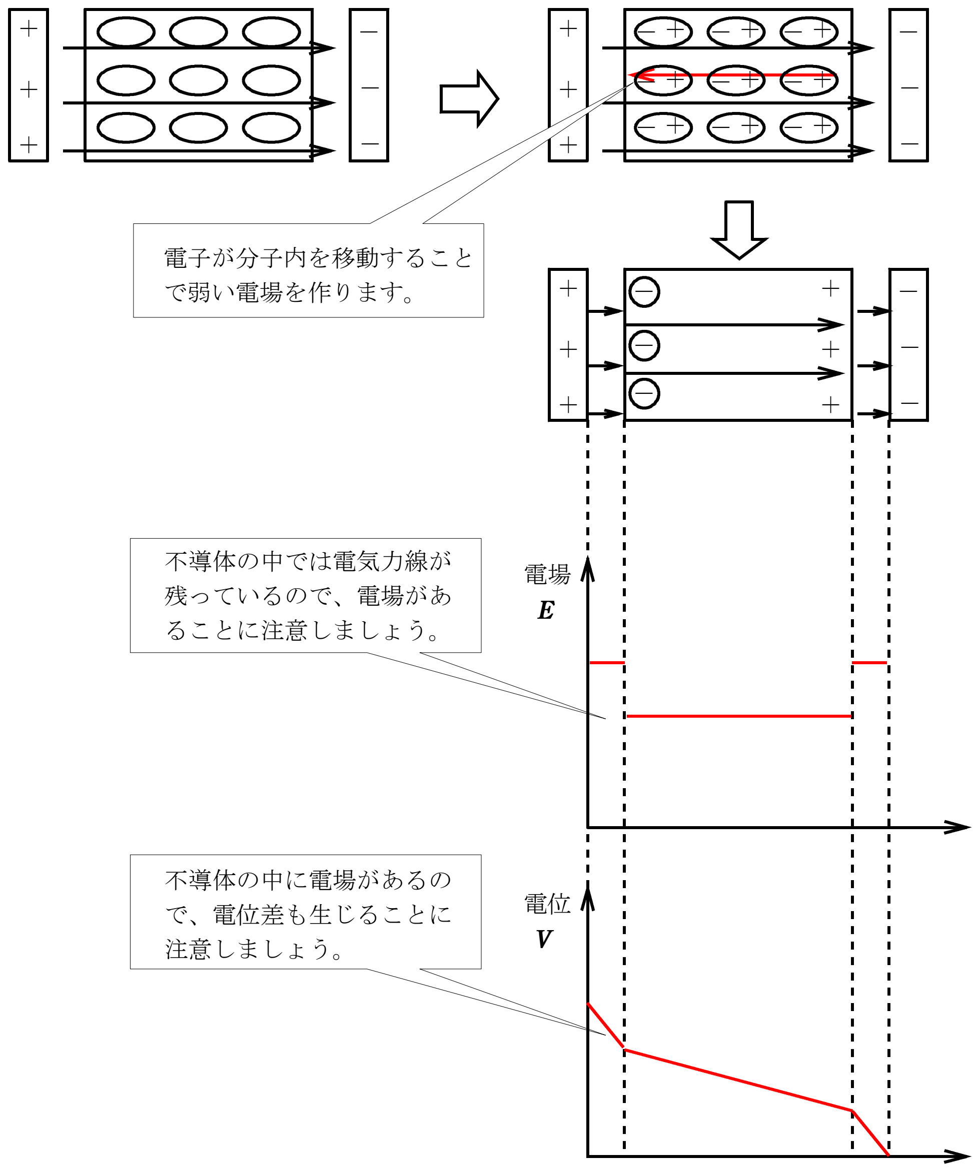
⑪　導体と不導体

　電気をよく通す物質を導体，電気を通しにくい物質を不導体（誘電体，絶縁体）といいます。導体は金属で自由電子が電流の担い手となっています。導体に電場をかけると，次のように自由電子が移動します。電場が残っていると自由電子はさらに移動するので，外部電場を打ち消すまで移動します。この現象を静電誘導と言います。これは金属が空洞や金属網になっても同様の現象が起きます。この場合は静電遮蔽といいます。



※右側を電位 0 としています

一方、不導体には自由電子がありませんが電子はあります。不導体に電場をかけると，次のように，分子内で電子が移動し分極します。分子内でしか移動できないので，外部電場を打ち消すほどではありませんが，外部電場を少しだけ打ち消します。この現象を**誘電分極**と言います。



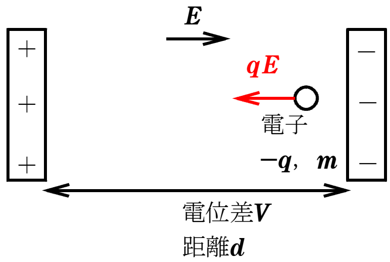
※右側を電位 **0** としています

☐ pick up words
・導体
・不導体，誘電体，絶縁体
・静電誘導
・静電遮蔽
・誘電分極

⑫　一様な電場に加速される電子

⑩（導体と不導体）で扱った外部電場は一様な電場です。電気力線の本数密度（単位面積当たり）が電場の強さを表しているので，電気力線の本数密度が一定の電場を一様な電場といいます。したがって，点電荷の電場は電気力線の本数密度が場所によって異なる，つまり，場所によって異なるので一様な電場とはいいません。

さて、本題に入りましょう。次のような一様な電場が極板ＡとＢの間に生じています。極板Ｂに電気量$-q$[C]の電子を静かに置くと，極板Ａに向かって加速していきます。極板Ａに電子が達したときの運動エネルギーを求めましょう。



（$f=qE$）より，電場から qE[N]の力を受けています（電場の定義を簡単に導出できる式でした。⑤（電場）を参照して下さい）。運動方程式（$ma=f$）より，生じる加速度 a は，

$$ma=qE \Leftrightarrow a=\frac{qE}{m}$$

となります。（$v^2-v_0{}^2=2aS$）より，極板Ａに達したときの電子の運動エネルギーは，

$$v^2-(0)^2=2\left(\frac{qE}{m}\right)d \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2=qEd$$

となります。別の方法でも求めてみます。エネルギーの原理（運動エネルギーの変化は物体がされた仕事に等しい）より，

$$\frac{1}{2}mv^2-0=qV \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2=qV$$

となります。求めた解が等しいことから，

$$\boxed{V=Ed}$$

という公式を導出できます。ただし，一様な電場でしか使用できません。