物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.22
電場・電位編
ブツリヨキワメヨ

1

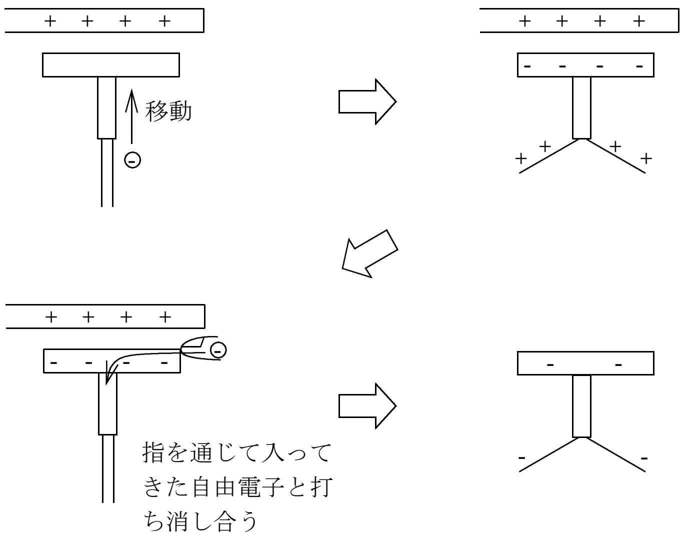
(1)　帯電
(2)　電子
(3)　電子は負に帯電しているので，電気的に中性な原子から負に帯電した電子が抜けると，残った原子は正に帯電する。
(4)　負
(5)　電気的に中性な状態から$-q$[C]の電子が抜けたので，$0-(-q)=+q$[C]となる。
(6)　電気的に中性な状態から$-q$[C]の電子を取り込んだので，$0+(-q)=-q$[C]となる。
(7)　原子AとBともに電気的に中性だったので，最初は 0[C]であった。電子が移動したあとは，[C]となり，摩擦をする前後で電気量の合計は変わらない。これを電気量保存則という。
(8)　導体
(9)　不導体（絶縁体，誘電体）
(10)　自由電子
(11)　静電誘導
(12)　誘電分極
(13)　できない

2

（ア）　開く　　（イ）　閉じる　　（ウ）　開く

金属に帯電した物体を近づけると金属の中にある自由電子が電気的な力を受けて移動する。(1)では，正に帯電したガラス棒に近づくため，金属板は「負」に帯電し，箔は「正」に帯電する。箔は正に帯電しているため，互いに反発しあい「開く」。金属板を指で触れると，指を通じて電子が金属板に流れ込む。この電子が箔の電荷と打ち消し合い，箔は「閉じる」。帯電した棒を遠ざけると，金属板に引き寄せられていた自由電子が互いに反発しあい一様に分布する。このため，箔は「負」に帯電し，箔は「開く」。

(1)　静電誘導



3

(1)　自由電子

(2)　静電誘導

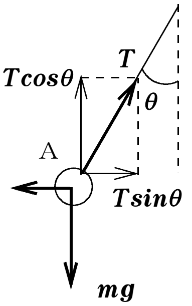
(3)　電気量保存則より，$q'+q=0 \Leftrightarrow q'=-q$ [C]

(4)　鉛直方向の力のつり合いより，

$$T\cos\theta=mg \Leftrightarrow T=\frac{mg}{\cos\theta}\ [\mathrm{N}]$$

(5)　水平方向の力のつり合いより，

$$\frac{kq^2}{r^2}=T\sin\theta=mg\tan\theta \Leftrightarrow k=\frac{mgr^2\tan\theta}{q^2}\ [\mathrm{Nm^2/C^2}]$$



4

(1)　定義：+1[C]の電荷（試験電荷）が受ける電気的な力

定義から q[C]の電荷が電場 E から受ける力 f は $f=qE$ となる。この式より，

$$E=\frac{f}{q}$$

となるので，右辺の単位だけ見ると，

$$\frac{[\mathrm{N}]}{[\mathrm{C}]}$$

となる。これより，電場の単位は[N/C]と分かる。表す文字は一般的に E を用いる。

(2)　点Pに+1[C]の電荷を置いたときにその電荷が点Oの電荷から受ける力は，クーロン力の公式より，

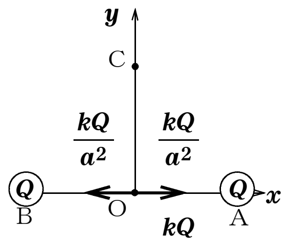
$$\frac{kQ(1)}{r^2}=\frac{kQ}{r^2}\ [\mathrm{N/C}]$$

5

(1)　電場は+1[C]の電荷（試験電荷）が受ける力なので，点Oに試験電荷を置いたときに点Aの電荷から受ける力（電場）は，クーロン力の公式より，

$$\frac{kQ(1)}{a^2}=\frac{kQ}{a^2}\ [\mathrm{N/C}]$$

同じ大きさの力（電場）を点Bの電荷からも受けているので，この合力が電場となる。右図より，それぞれの電場が反対向きになっていることから，合成電場は 0 となっている。

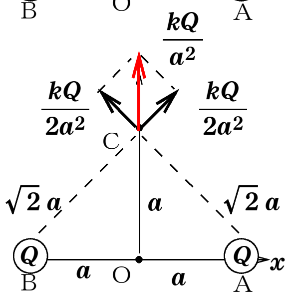


(2)　点Cに+1[C]の電荷（試験電荷）を置くと，点Aの電荷から受ける力（電場）は，クーロン力の公式より，

$$\frac{kQ(1)}{(\sqrt{2}\,a)^2}=\frac{kQ}{2a^2}$$

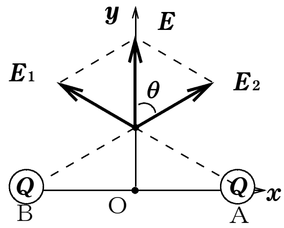
同じ大きさの力（電場）を点Bの電荷からも受けている。この２力（電場）を合成すると，　右図のようになるので，辺の比より，

$$\frac{kQ}{\sqrt{2}\,a^2}\ [\mathrm{N/C}]$$



(3)　点Cに+1[C]の電荷（試験電荷）を置くと，点Aの電荷から受ける力（電場）は，クーロン力の公式より，

$$E_1=\frac{kQ(1)}{(\sqrt{a^2+y^2})^2}=\frac{kQ}{a^2+y^2}$$



同じ大きさの力（電場）を点Bの電荷からも受けている。この２力（電場）を合成すると，　右図のようになるので，図の角 θ を用いると，

$$E=2E_1\cos\theta=\frac{2kQ\cos\theta}{a^2+y^2}$$

また，図より，

$$\cos\theta=\frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

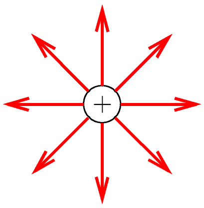
以上より，

$$\frac{2kQy}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\ \text{[N/C]}$$

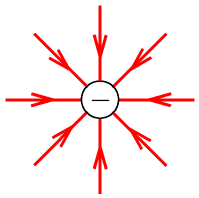
6

電気力線は電場を表す矢印を連続的に描いたもので，正電荷を置いたときにどういう向きに力を受け，進んで行くかを表したものである。

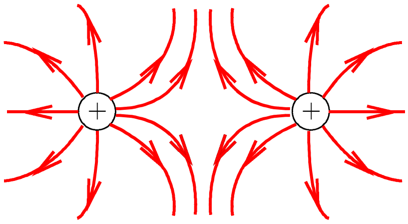
(1)



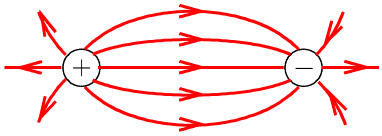
(2)



(3)



(4)



(5)　ア．正　イ．負

ウ．縮もう

(4)の図で電気力線が縮もうとすると，正電荷と負電荷が互いに引き合う。また，(3)の図で電気力線が縮もうとすると，正電荷が互いに反発する。このようにしてクーロン力を説明できる。

エ．反発

電気力線は正電荷から出て負電荷に入るが，正電荷から負電荷へとまっすぐ出た電気力線が，(4)の図のように反発して膨らんだようになっている。

オ．電場

電場の強さが E の場所では電気力線は単位面積当たり E 本引くのが電気力線の定義なので，電気力線の面積密度は電場の強さを表している。

7

(1)　電場はその場所に置いた$+1$[C]の電荷（試験電荷）が受けるクーロン力なので，

$$\frac{kQ(1)}{r^2}=\frac{kQ}{r^2}\ \text{[N/C]}$$

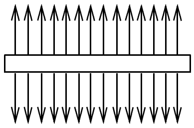
(2)　球の表面積は$4\pi r^2$[m^2]となっている。

(3)　電場の強さが E の場所では電気力線を単位面積当たり E 本引くので，球の表面を貫く電気力線の本数は，

$$\frac{kQ}{r^2}\times 4\pi r^2=4\pi kQ$$

となる。正電荷から出る電気力線は必ず球の表面を通るので，正電荷から出る電気力線の本数も同じで$4\pi kQ$と分かる。

(4)　(3)から$+Q$[C]の電荷から出る電気力線の本数は$4\pi kQ$と分かっているので，図のように上下対称に電気力線が出るものと考えると，上面からは半分の$2\pi kQ$本の電気力線が出ていると分かる。



(5)　金属板の上面では，金属板と同じ面積 S を$2\pi kQ$本の電気力線が貫いている。電場の強さが E の場所では電気力線を単位面積当たり E 本引くので，電場の強さは，

$$\frac{2\pi kQ}{S}\ \text{[N/C]}$$

8

(1)　定義：$+1$[C]の電荷（試験電荷）が受ける電気的な力による位置エネルギー

定義から q[C]の電荷が電位 V における位置エネルギー U は $U=qV$ となる。この式より，

$$V=\frac{U}{q}$$

となるので，右辺の単位だけ見ると，

$$\frac{[\text{J}]}{[\text{C}]}$$

となる。これより，電場の単位は[V/C]と分かる。表す文字は一般的に V を用いる。

(2)　クーロン力による位置エネルギーの公式から，

$$\frac{kQ(1)}{r}=\frac{kQ}{r}\ \text{[J/C]}$$

9

(1)　電場から受ける力 f は電場の定義から $f=qE$ となる。点電荷をゆっくりと動かすことから，加える外力の大きさは同じ qE となる。

(2)　力と距離の積から，

$qE\times d$

(3)　A，Bでの電位をそれぞれ V_A，V_Bとすると，電位は$+1$[C]の電荷（試験電荷）の位置エネルギーなので，q[C]ではA，Bでのそれぞれの位置エネルギーは qV_A，qV_Bとなる。AからBへと点電荷をゆっくりと運んでいるので，外部から加えた力のした仕事が位置エネルギーの増分になる。これと(2)より，

$q(V_B-V_A)=qEd \Leftrightarrow V_B-V_A=Ed$

※電位差 V_B-V_Aを V とおけば，一様電場における公式（$V=Ed$）となる。

10

(1)　極板内では一様な電場ができるので，($V=Ed$) より，図中左向きに，

$$E=\frac{V}{d}\ [\mathrm{V/m}]$$

(2)　電場から受ける力は，($f=qE$) より，

$$\left|(-e)\frac{V}{d}\right|=\frac{eV}{d}\ [\mathrm{N}]$$

(3)　物体に生じる加速度は ($ma=f$) より，

$$ma=\frac{eV}{d}\Leftrightarrow a=\frac{eV}{md}$$

($v^2-v_0{}^2=2aS$) より，

$$v^2-v_0{}^2=2\frac{eV}{md}d\Leftrightarrow v=\sqrt{v_0{}^2+\frac{2eV}{m}}\ [\mathrm{m/s}]$$

(別解)

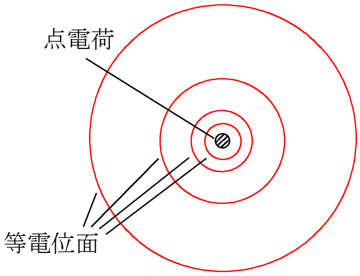
電場から受ける力がした仕事が運動エネルギーの変化に等しいので，

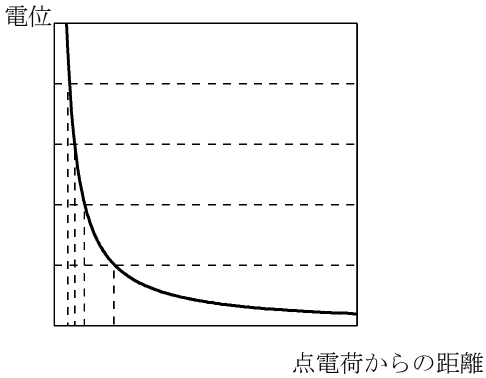
$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=eE\times d=eV$$

これを解くと同じ答えが得られる。

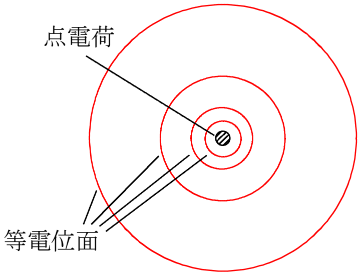
11

(1)　等電位面は電位が等しい点の集合である。正電荷の周りの電位は正電荷からの距離によって決まるので，等電位面は正電荷を中心とした円形となる。また，グラフで表したように，等電位を表した円の間隔は点電荷から離れるにつれて広くなっている。

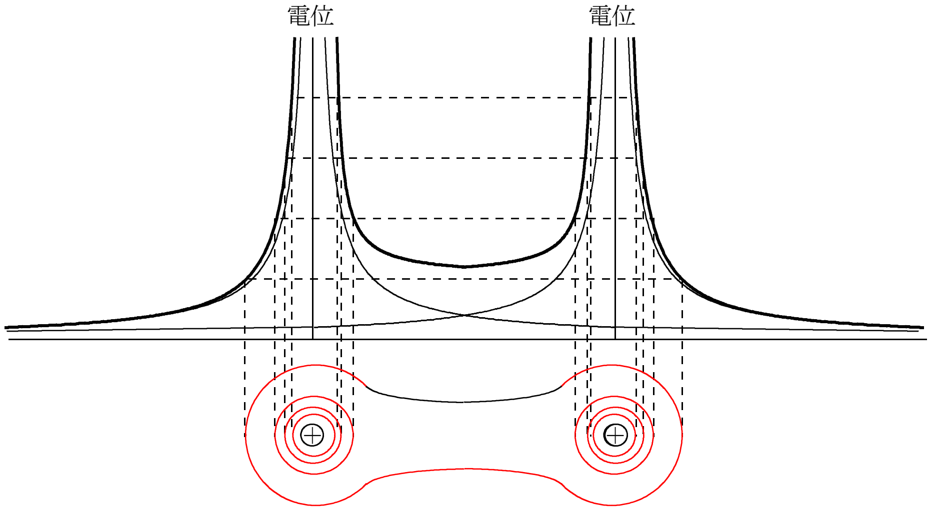




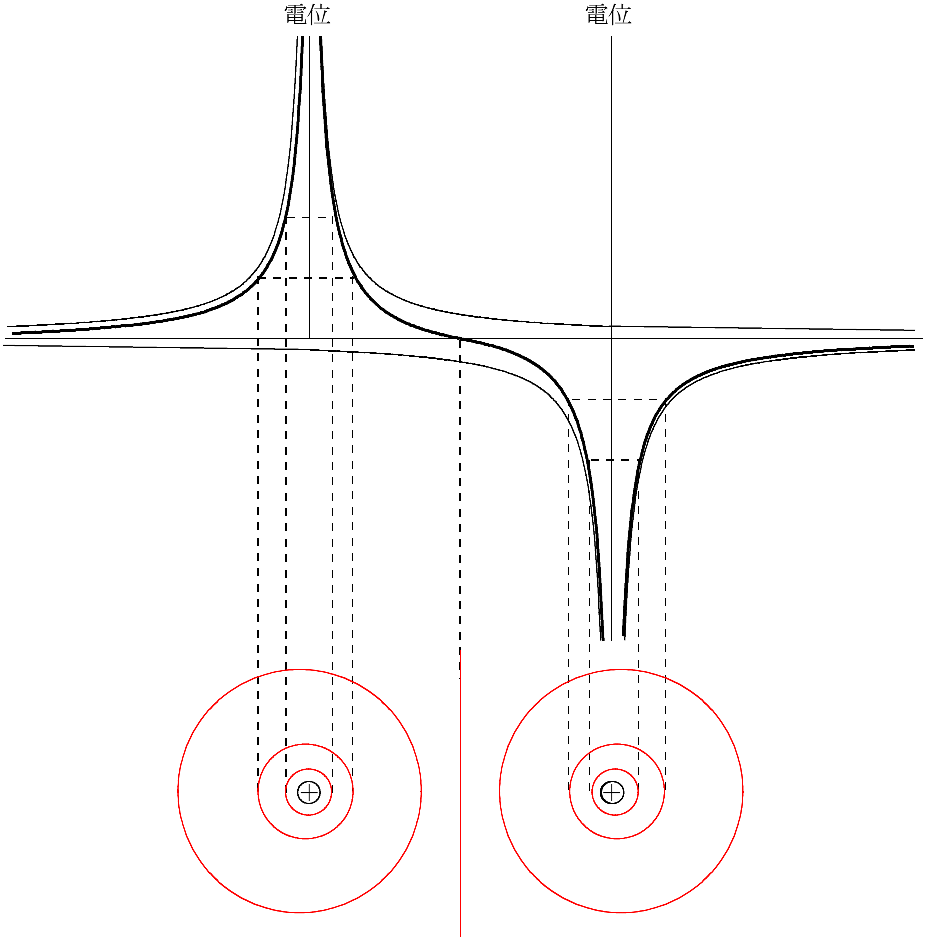
(2)　(1) と同様に，負電荷の周りの電位は負電荷からの距離によって決まる。したがって，(1) と同様の図になる。



(3)　同じ電気量の正電荷を２つ置いたときの正電荷を結ぶ直線上にそれぞれの点電荷が作る電位は次のグラフのようになる。電位はスカラー量（向きがない量）なので足し合わせるだけで合成電位が求められる、グラフの太線が合成電位を表している。等電位の場所を調べると，左側にある点電荷周辺の電位は点電荷の左側より右側の方が高くなっている。したがって，点電荷付近の等電位面を表す円はもう一方の点電荷側によることが分かる。また，グラフ中の一番下にある点線から，電位 $\boldsymbol{V}$ を満たす点は２つの点電荷を結ぶ線上には存在しない。



(4)　同じ大きさの電気量の正電荷と負電荷を置いたときの正電荷を結ぶ直線上にそれぞれの点電荷が作る電位は次のグラフのようになる。今回は正負反対の電位になるので，２つの点電荷の垂直２等分線上では合成電位が **0** となっている。



(5)　ア．垂直

等電位面は電位が等しい点の集合なので等電位面にそって電荷を動かしてもエネルギーは変化しない。したがって，等電位面に沿って電荷を動かしでも電場から受ける力が仕事をしないことから等電位面に沿った向きの電場は **0** となっている。つまり，等電位面と電場（電気力線）は垂直になっている。

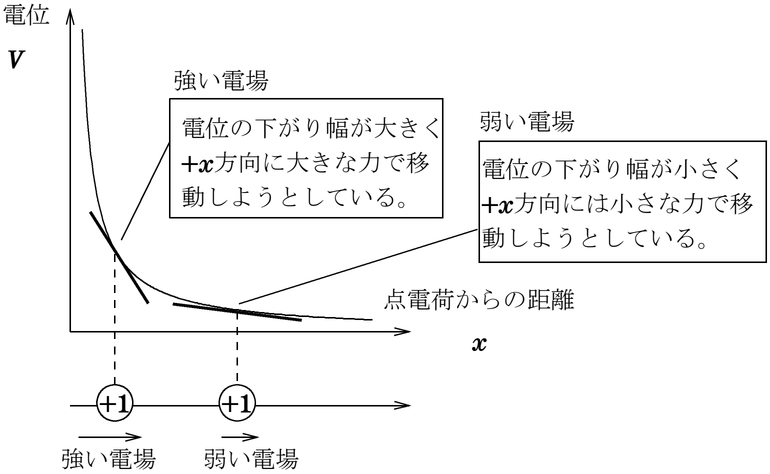
イ．強く

等電位面が狭いと言うことは電位の差が大きくなっていることを表している。電位の差が大きい場合には電場が大きくなっている。

□■物理的思考■□

電場は試験電荷（**+1**[C]の電荷）が受けるクーロン力，電位は試験電荷が持つクーロン力による位置エネルギーとなっている。エネルギーは低い方が安定しているので，(1)で求めた電位のグラフから考えると点電荷に近い方が電位（エネルギー）が高く不安定となっている。物体は安定な方へと移動していくので、電位が低い方へと移動していこうとする。これを電場による作用だと考えると，点電荷からの距離が近い方が電位の下がり幅（傾き）が強く，電場が強くなっていることが分かる。これより，電場が以下の式で表されることに多少の納得がいく。

$$E=-\frac{dV}{dx}$$



12

(1)　外力がした仕事は（$W=qV$）から求めることができるが，正の仕事なのか負の仕事なのかはしっかりと判断しないといけない。試験電荷（+1[C]）が電位が低い方から高い方に進む場合，電場は電位が高い方から低い方へと向かう方向なので正電荷を移動させるには移動方向と同じ向きに力を加えないといけない。したがって，各区間の移動における，外力の仕事は正となる。それに対して，電位が高い方から低い方へと移動させる場合，移動方向と電場が同じ向きになるので，ゆっくり進ませる場合には移動方向と反対向きに外力を加えなければならず，外力のした仕事は負となる。このことを踏まえると，

A→B：$(+1)\times 10=10$ [J]

B→C：$(+1)\times 5=5$ [J]

C→D：$(+1)\times 10=10$ [J]

D→E：$-(+1)\times 25=-25$ [J]

(2)　AからEなので電位差は 0 となっている。したがって，外力のした仕事も 0 となる。

(3)　運動エネルギーの変化がされた仕事に等しいことから，

$$\frac{1}{2}mv^2-0=q(15)\Leftrightarrow v=\sqrt{\frac{30qV}{m}}$$

13

(1)　電場は+1[C]の電荷（試験電荷）が受ける力なので，点Oに試験電荷を置いたときに点Aの電荷から受ける力（電場）は，クーロン力の公式より，

$$\frac{kQ(1)}{a^2}=\frac{kQ}{a^2}\ [\mathrm{N/C}]$$

同じ大きさの力（電場）を点Bの電荷からも同じ向きに受けているので，この合力が電場となる。したがって，合成電場は，

$$\frac{2kQ}{a^2}\ [\mathrm{N/C}]$$

　電場は+1[C]の電荷（試験電荷）が持つ位置エネルギーなので，点Oに試験電荷を置いたときに点Aの電荷からのクーロン力による位置エネルギーは，

$$\frac{kQ}{a}$$

点Bからの電荷からのクーロン力による位置エネルギーは，

$$\frac{kQ}{a}$$

となるので，合成電位は 0 [V]となる。

(2)　(1)と同様に考えると，点Aと点Bからの電場の大きさはともに，

$$\frac{kQ(1)}{(\sqrt{2}\,a)^2}=\frac{kQ}{2a^2}$$

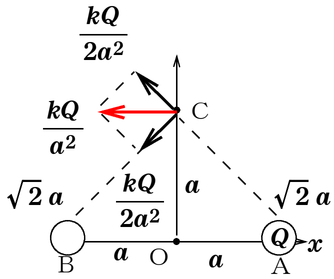
向きは図のようになっているので，合成すると，

$$\frac{kQ}{2a^2}\times\sqrt{2}=\frac{kQ}{\sqrt{2}\,a^2}$$

点Aと点Bからの電位は，

$$\pm\frac{kQ(1)}{\sqrt{2}\,a}=\pm\frac{kQ}{\sqrt{2}\,a}$$

合成すると 0 となる。



(3)　(1)と同様に考えると，点Aと点Bからの電場の大きさはともに，

$$\frac{kQ(1)}{\left(\sqrt{a^2+y^2}\right)^2}=\frac{kQ}{a^2+y^2}$$

向きは図のようになっているので，図中の角度 θ を用いて合成すると，

$$\frac{kQ}{a^2+y^2}\sin\theta\times 2$$

ただし，図から，

$$\sin\theta=\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

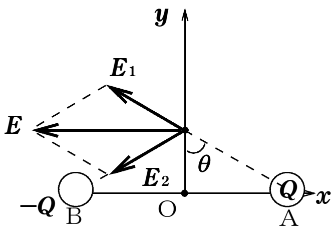
２つの式から合成電場の大きさは，

$$\frac{2kQa}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\ \text{[N/C]}$$

点Aと点Bからの電位は，それぞれ，

$$\pm\frac{kQ(1)}{\sqrt{a^2+y^2}}=\pm\frac{kQ}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

合成すると 0 となる。



(4)　点AとBからの電位はそれぞれ，

$$\frac{kQ}{a},\ -\frac{kQ}{\sqrt{5}\,a}$$

なので，合成電位は，

$$\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{kQ}{a}$$

(5)　電位差によってなされる仕事は（$W=qV$）で与えられるので，

$$W=q\left|(1-\frac{1}{\sqrt{5}})\frac{kQ}{a}-0\right|=\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{kqQ}{a}$$

となる。運動エネルギーの変化がされた仕事に等しいことから，

$$\frac{1}{2}mv^2=\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{kqQ}{a}\Leftrightarrow v=\sqrt{\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{2kqQ}{ma}}$$

14

(1)　一様な電場とあるので，極板内における電場の強さはどこでも一定で $\boldsymbol{E}$ となっている。

(2)　($\boldsymbol{V=Ed}$) の関係式から，$\boldsymbol{d}$ が電圧 $\boldsymbol{V}$ に比例していることが分かる。また，正に帯電した極板Aの方が電位が高いことに注意する。

(3)　電場内に導体を置くと静電誘導を起こし，導体内の自由電子が電場とは逆向きに移動する。この結果，導体内には極板が作る電場とは逆向きに電場を作るので，この２つの電場が打ち消し合う。このため，導体内の電場は $\boldsymbol{0}$ となる。

(4)　(2) と同様に考えると，電場に比例して電位は高くなるので，導体内の電場が 0 になることから，導体内では電位が変化しないことに注意する。