## 1

(1)　1　**770**　　2　**380**　　3　白色　　4　単色　　5　横

(2)　可視光線

## 2

(1)　太陽光は赤から紫までの様々な光を含み，色合いを感じない白色光である。この太陽光が空気中の水滴に入射すると屈折するが，光は色によって屈折率が異なるので，色によって異なる方向に屈折される（これを分散と言う）。このため，異なる角度で異なる色が見える虹が観測される。

(2)　光が空気中にあるちりなどにぶつかると散乱する。また，光の波長によっても異なる方向に散乱され，可視光線では，波長が長い赤色の光の方が波長の短い青色の光に比べて散乱されにくい。夕方は太陽が地平線の方向にあり，赤色の光だけが散乱されにくいために届くので空が赤く見える。

## 3

(1)　光が反射して戻って来たときに，歯車が回転して歯と歯の隙間だった位置に歯が来ることで光が遮られる。歯車の歯が隣の隙間がある位置にずれるのにかかる時間は，**1**[s]間で $\boldsymbol{n}$ 回転するので，求める時間を $\boldsymbol{t}$ とすると，

$$\mathbf{1}[s]:\boldsymbol{n}[\text{回転}]=\mathbf{1}[s]:\boldsymbol{n}\times\ \mathbf{2}\boldsymbol{N}[\text{ずれ}]=\boldsymbol{t}[s]:\mathbf{1}[\text{ずれ}]\Leftrightarrow \boldsymbol{t}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}\boldsymbol{nN}}\ [\mathrm{s}]$$

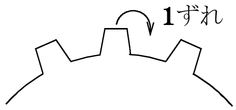
※歯車がとなりの隙間にずれるのを **1**[ずれ]とすると，**1**[回転]で $\mathbf{2}\boldsymbol{N}$[ずれ]となる。

(2)　光の速さを $\boldsymbol{c}$ とすると，光が歯車を通ってから戻ってくるまでの時間は，
距離を速さで割ることから，

$$\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{c}}\ [\mathrm{s}]$$

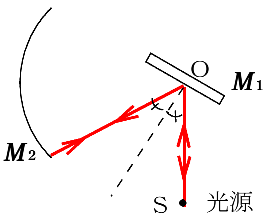
この時間と(1)で求めた時間が等しくなることから，

$$\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{c}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}\boldsymbol{nN}}\Leftrightarrow \boldsymbol{c}=\mathbf{4}\boldsymbol{nNL}\ [\mathrm{m/s}]$$

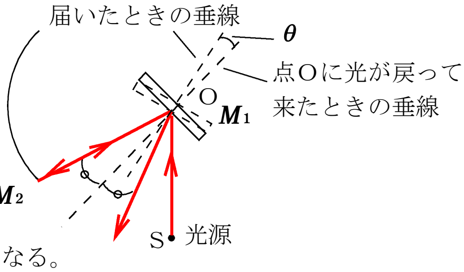



## 4

(1)




(2)




※反射の法則より，入射角と反射角が等しくなる。

(3)　平面鏡が回転していないと，$\boldsymbol{M_2}$ から反射された光の入射角は $\boldsymbol{M_1}$ で反射された時の反射角と等しいので，点Oで反射された光は光源Sへと向かう。いま，平面鏡が角度 $\boldsymbol{\theta}$ だけ回転しているので，$\boldsymbol{M_2}$ から反射された光の入射角は $\boldsymbol{M_1}$ で反射された時の反射角より $\boldsymbol{\theta}$ だけ小さくなる。反射の法則より，点Oで反射されるときの反射角も $\boldsymbol{\theta}$ だけ小さくなっている。したがって，$\boldsymbol{M_2}$ から反射した後に $\boldsymbol{M_1}$ で反射された光は直線OSと角度 $\boldsymbol{\alpha}=\underline{\mathbf{2}\boldsymbol{\theta}}$ をなしている。

(4)　光の速さを $\boldsymbol{c}$ とすると，光が $\boldsymbol{M_1M_2}$ 間を往復するのにかかる時間は，距離を速さで割ることから，

$$\frac{2l}{c}$$

これより，この間に平面鏡 $\boldsymbol{M_1}$ が回転する角度 $\boldsymbol{\theta}$ は，

$$\theta=\omega\frac{2l}{c}$$

これと，(3)の結果より，

$$\theta=\frac{\alpha}{2}=\frac{2\omega l}{c}\Leftrightarrow c=\frac{4\omega l}{\alpha}\ [\mathrm{m/s}]$$

# 5

(1)　屈折の法則より，

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta_1}=\frac{n_1}{1}\cdots①$$

計算すると，

$$\sin\theta_1=\frac{\sin\theta}{n_1}$$

(2)　屈折の法則より，

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{n_1}{n_2}\cdots②$$

これと①式より，

$$\sin\theta_2=\frac{\sin\theta}{n_2}$$

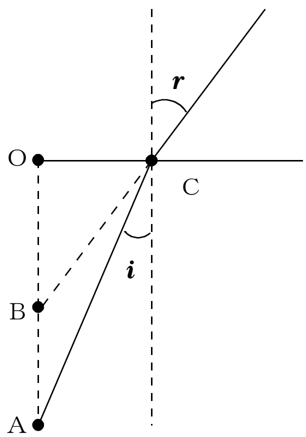
(3)　屈折の法則より，

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta'}=\frac{1}{n_2}$$

これと①式および②式より，

$$\theta'=\theta$$

# 6




(1)　図のように，光源Ａから出た光が入射角 $\boldsymbol{i}$ で水面に入射し，屈折角 $\boldsymbol{r}$ で屈折した光を，空気側の観測者から見ると，屈折光の奥から光が出ているように感じるので，図中のＢから光が出ているように見える。光源の真上で水面上の点をＯ，入射光が境界面に達する点をＣとすると，

$$\overline{\mathrm{BO}}=\overline{\mathrm{BC}}\tan r,\ \overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{BC}}\tan i\cdots①$$

また，屈折の法則より，

$$\frac{\sin r}{\sin i}=\frac{n}{1}\cdots②$$

このとき，観測者は真上から観測しているので，$\boldsymbol{i}$ および $\boldsymbol{r}$ は非常に小さい角度となる。非常に小さい角度 $\boldsymbol{x}$ について成り立つ関係式、$\boldsymbol{\sin x=\tan x}$ と①式および②式から，

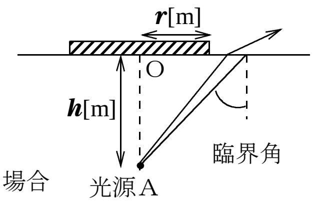
$$\overline{\mathrm{BO}}=\overline{\mathrm{AO}}\frac{\tan r}{\tan i}=\overline{\mathrm{AO}}\frac{\sin r}{\sin i}=\frac{h}{n}$$

(2)　臨界角 $i_0$ は屈折角 $r$ が 90° のときなので，②式より，

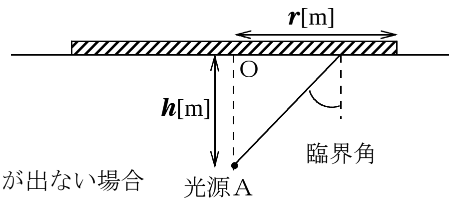
$$\sin i_0=\frac{1}{n}$$

入射角をこれより大きくすると，水中からの光は空気中に出ることができず観測されない。したがって，入射角が臨界角となるときの光が円板に遮られていれば空気中に出ていく光が存在しなくなる。したがって，

$$r>\overline{\mathrm{AO}}\tan i_0=h\times\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}=\frac{h}{\sqrt{n^2-1}}$$



水中から光が出る場合



水中から光が出ない場合

## 7

(1)　屈折の法則より，

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\theta}=\frac{1}{n_1}$$

(2)　図より，$\alpha+\beta=90°$ となっているので，

$$\sin\beta=\sin(90-\alpha)=\cos\alpha$$

$$=\frac{\sqrt{n_1{}^2-\sin^2\theta}}{n_1}$$

(3)　媒質Aと媒質Bの境界面での臨界角 $\beta_0$ は，屈折の法則から，

$$\frac{\sin 90}{\sin\beta_0}=\frac{n_1}{n_2}\Leftrightarrow\sin\beta_0=\frac{n_2}{n_1}$$

入射角 $\beta$ がこれより大きくなると全反射するので，(2)の結果を用いて，全反射する条件は，

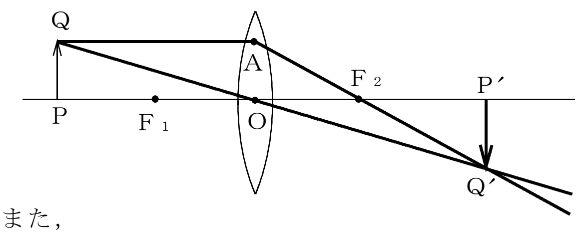
$$\frac{\sqrt{n_1{}^2-\sin^2\theta}}{n_1}>\frac{n_2}{n_1}$$

$$\Leftrightarrow\sin\theta<\sqrt{n_1{}^2-n_2{}^2}$$

(4)　$0°<\theta<90°$ の任意の角度で全反射するためには，この全ての角度で(3)で求めた条件を満たさないといけない。$\sin\theta$ の最大値が 1 であることから，

$$\sqrt{n_1{}^2-n_2{}^2}\geqq 1$$

を満たせばよい。




## 8

(1)　倒立実像

(2)　対頂角の関係から，∠ＰＯＱ＝∠Ｐ´ＯＱ´，また，∠ＱＰＯ＝∠Ｑ´Ｐ´Ｏ＝ 90° より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＯＱと△Ｐ´ＯＱ´が相似の関係にあることが分かる。

(3)　相似比より，

$$\frac{\mathrm{P'Q'}}{\mathrm{PQ}}=\frac{b}{a}$$

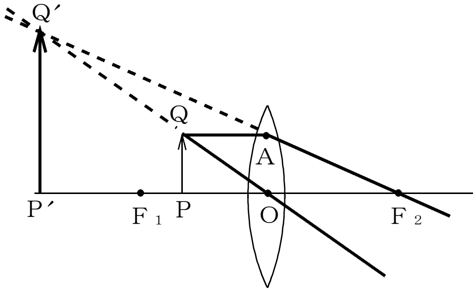
(4)　対頂角の関係から，∠ＡＦ$_2$Ｏ＝∠Ｑ´Ｆ$_2$Ｐ´，また，∠ＡＯＦ$_2$＝∠Ｑ´Ｐ´Ｆ$_2$＝ 90° より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＯＦ$_2$と△Ｑ´Ｐ´Ｆ$_2$が相似の関係にあることが分かる。

(5)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{P'Q'}{OA}=\frac{b-f}{f}$$

(6)　(2)と(4)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{b-f}{f}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{b}{f}-1\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$




(7)　正立虚像

(8)　共通の角から，∠ＰＯＱ＝∠Ｐ′ＯＱ′，また，∠ＱＰＯ＝∠Ｑ′Ｐ′Ｏ＝ 90 ° より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＯＱと△Ｐ′ＯＱ′が相似の関係にあることが分かる。

(9)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

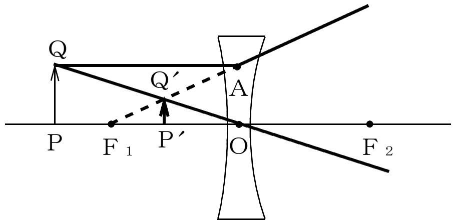
(10)　共通の角から，∠ＡＦ ₂Ｏ＝∠Ｑ′Ｆ ₂Ｐ′また，∠ＡＯＦ ₂＝∠Ｑ′Ｐ′Ｆ ₂＝ 90 ° より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＯＦ ₂と△Ｑ′Ｐ′Ｆ ₂が相似の関係にあることが分かる。

(11)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{P'Q''}{OA}=\frac{b+f}{f}$$

(12)　(8)と(10)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{b+f}{f}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{b}{f}+1\Leftrightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$




(13)　正立虚像

(14)　共通の角から，∠ＰＯＱ＝∠Ｐ′ＯＱ′，また，∠ＱＰＯ＝∠Ｑ′Ｐ′Ｏ＝ 90 ° より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＯＱと△Ｐ′ＯＱ′が相似の関係にあることが分かる。

(15)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

(16)　共通の角から，∠ＡＦ ₁Ｏ＝∠Ｑ′Ｆ ₁Ｐ′また，∠ＡＯＦ ₁＝∠Ｑ′Ｐ′Ｆ ₁＝ 90 ° より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＯＦ ₁と△Ｑ′Ｐ′Ｆ ₁が相似の関係にあることが分かる。

(17)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{P'Q'}{OA}=\frac{f-b}{f}$$

(18)　(14)と(16)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{f-b}{f}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=1-\frac{b}{f}\Leftrightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$$

□■物理的思考■□

　写像公式は凸レンズで像を結ぶ（実像）ときに成り立つ式である、

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\cdots①$$

とされている。この式を考えることで，凸レンズの虚像と凹レンズの虚像ができるときを考える。凸レンズの虚像は，凸レンズの実像と比較すると，像の位置（$b$）が反対になっている。したがって，①式で$b\to-b$とすれば，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

が成り立つ。次に，凹レンズの場合を考える。凸レンズの実像と比較すると，像の位置が反対で，かつ，凸レンズから凹レンズに変わっているので，①式で$b\to-b$，$f\to-f$とすれば，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{(-f)}\Leftrightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$$

が成り立つ。

【ポイント】

　写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）は凸レンズで像を結ぶ（実像）ときに成り立つ式であるが、物理的思考で説明したように，この式だけで凸レンズの虚像も凹レンズも説明できた。したがって，基本的にはこの式だけを使えばよく，次のステップを踏めばよい。

① 物体の位置（$a$）は必ず正とする。
② 像の位置（$b$）は物体と反対側なら正，同じ側なら負とする。
③ 焦点距離（$f$）は凸レンズなら正，凹レンズなら負とする。
④ 倍率の式は$m=\left|\frac{b}{a}\right|$となる。

## 9

(1)　像の位置を $b$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow b=15>0$$

また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{15}{30}\right|=0.50[倍]$$

したがって，レンズから物体と反対側に 15[cm]の場所に倍率 0.50 倍の倒立実像ができる。

(2)　像の位置を $b$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow b=20>0$$

また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{20}{20}\right|=1.0[倍]$$

したがって，レンズから物体と反対側に 20[cm]の場所に倍率 1.0 倍の倒立実像ができる。

(3)　像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$\frac{1}{10}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow b$は解なし

したがって，像はできない。

(4)　像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$\frac{1}{5}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow b=-10<0$

また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$m=\left|\frac{-10}{5}\right|=2.0$[倍]

したがって，レンズから物体側に 10[cm]の場所に倍率 2.0 倍の正立虚像ができる。

# 10

(1)　物体の位置を $\boldsymbol{a}$，像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$\left|\frac{b}{a}\right|=1\Leftrightarrow b=a(\because b>0)$

また，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow a=2f$

(2)　物体の位置を $\boldsymbol{a}$，像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$\left|\frac{b}{a}\right|=2\Leftrightarrow b=2a(\because b>0)$

また，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow a=\frac{3f}{2}$

(3)　物体の位置を $\boldsymbol{a}$，像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$\left|\frac{b}{a}\right|=2\Leftrightarrow b=-2a(\because b<0)$

また，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-2a)}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow a=\frac{f}{2}$

(4)　物体の位置を $\boldsymbol{a}$，像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$\left|\frac{b}{a}\right|=3\Leftrightarrow b=-3a(\because b<0)$$

また，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-3a)}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow a=\frac{2f}{3}$$

(5)　物体の位置を $\boldsymbol{a}$，像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$\left|\frac{b}{a}\right|=n\Leftrightarrow b=na(\because b>0)$$

また，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{na}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow a=\frac{n+1}{n}f$$

# 11

(1)　像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{b}=\frac{1}{(-10)}\Leftrightarrow b=-7.5<0$$

また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{-7.5}{30}\right|=0.25[\text{倍}]$$

したがって，レンズから物体側に 7.5[cm]の場所に倍率 0.25 倍の正立虚像ができる。

(2)　像の位置を $\boldsymbol{b}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{b}=\frac{1}{(-10)}\Leftrightarrow b=-5.0<0$$

また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{-5.0}{10}\right|=0.50[\text{倍}]$$

したがって，レンズから物体側に 5.0[cm]の場所に倍率 0.50 倍の正立虚像ができる。

# 12

(1)　ＡＬ=$x$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{80-x}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow 15(80-x)+15x=x(80-x)$$

$$\Leftrightarrow x^2-80x+1200=0$$

$$\Leftrightarrow (x-20)(x-60)=0$$

$$\Leftrightarrow x=20,\ 60[\text{cm}]$$

(2)　物体からスクリーンまでの距離を $\boldsymbol{l}$ として，(1)と同様に解くと，

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow 15(l-x)+15x=x(l-x)$$

$$\Leftrightarrow x^2-lx+15l=0$$

これが重解を持てばいいので，解の判別式より，

$D=l^2-60l=0\Leftrightarrow l=60$ [cm]

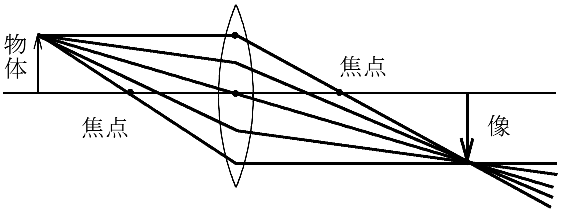
(3)　(2)で求めた $\boldsymbol{x}$ についての２次方程式を解くと，

$x^2-60x+900=0\Leftrightarrow(x-30)^2=0\Leftrightarrow x=30$ [cm]

倍率の式（$m=\left|\dfrac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{30}{30}\right|=1\text{[倍]}$$

(4)　レンズの上半分を通る光が遮られるので，鮮明な像ができる位置や大きさは変わらないが，暗くなる。

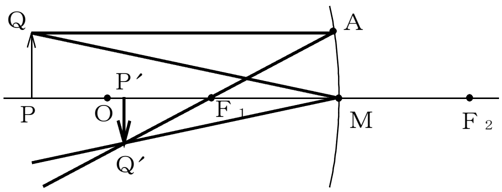



※図のように，物体の頂点から出た全て光は像の頂点に集まるので鮮明な像ができる。したがって，レンズの上半分を通る光が遮られても，下半分を通った光で結像できる。

# 13

(1)　焦点距離を $\boldsymbol{f}$ として，写像公式（$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{80-20}=\frac{1}{f}\Leftrightarrow f=15\text{[cm]}$$




(2)　倍率の式（$m=\left|\dfrac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{60}{20}\right|=3\text{[倍]}$$

(3)　(1)の $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は交換しても写像公式は成り立つので，ＡＬ=80[cm]となる。

(4)　倍率の式（$m=\left|\dfrac{b}{a}\right|$）より，

$$m=\left|\frac{20}{60}\right|\rightarrow 0.33\text{[倍]}$$

□■物理的思考■□

凸レンズで実像の場合は，写像公式の $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{f}$ は全て正の値となる。このときの写像公式は，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\cdots①$$

このとき，物体の位置（$\boldsymbol{a}$）と像の位置（$\boldsymbol{b}$）を入れ替えると写像公式は，

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{a}=\frac{1}{f}\cdots②$$

となるので，成立する。したがって，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は交換可能なのである。(1)でＡＬ=20[cm]の解が出ているが，この時，$b=80-20=60$[cm]である。$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は交換可能なことから，(3)では，もう一つの解が 60[cm]と分かる。また，(2)では，像が１つしかできないことから，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が同じ値ということが分か

る。これを写像公式に代入して，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow a=30[\mathrm{cm}]$$

と計算できる。

# 14

(1)　倒立実像

(2)　反射の法則から，∠ＰＭＱ＝∠Ｐ′ＭＱ′，また，∠ＱＰＭ＝∠Ｑ′Ｐ′Ｍ＝ 90 °より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＭと△Ｐ′Ｑ′Ｍが相似の関係にあることが分かる。

(3)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

(4)　対頂角の関係から，∠ＡＦ$_1$Ｍ＝∠Ｑ′Ｆ$_1$Ｐ′，また，∠ＡＭＦ$_1$＝∠Ｑ′Ｐ′Ｆ$_1$＝ 90 °より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＭＦ$_1$と△Ｑ′Ｐ′Ｆ$_1$が相似の関係にあることが分かる。

(5)　相似比より，

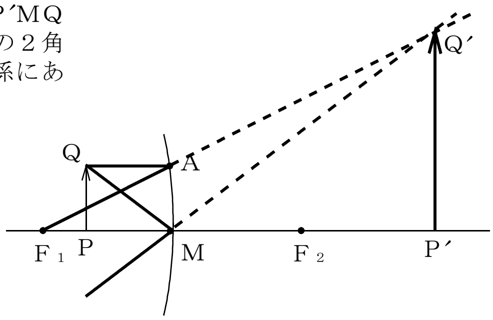
$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{P'Q''}{AM}=\frac{b-f}{f}$$

(6)　(2)と(4)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{b-f}{f}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{b}{f}-1\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

(7)　正立虚像

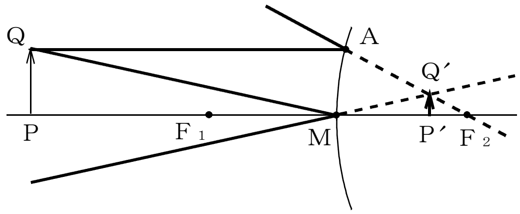
(8)　反射の法則および対頂角の関係から，∠ＰＭＱ＝∠Ｐ′ＭＱ′，また，∠ＱＰＭ＝∠Ｑ′Ｐ′Ｍ＝ 90 °より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＭと△Ｐ′Ｑ′Ｍが相似の関係にあることが分かる。




(9)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

(10)　共通の角から，∠ＡＦ$_1$Ｍ＝∠Ｑ′Ｆ$_1$Ｐ′，また，∠ＡＭＦ$_1$＝∠Ｑ′Ｐ′Ｆ$_1$＝ 90 °より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＭＦ$_1$と△Ｑ′Ｐ′Ｆ$_1$が相似の関係にあることが分かる。




(11)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{P'Q''}{AM}=\frac{b+f}{f}$$

(12)　(8)と(10)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{b+f}{f}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{b}{f}+1\Leftrightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

(13)　正立虚像

(14)　反射の法則および対頂角の関係から，，∠ＰＭＱ＝∠P′MQ′，また，∠ＱＰＭ＝∠Q′P′M＝ **90**°より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＭと△P′Q′Mが相似の関係にあることが分かる。

(15)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

(16)　共通の角から，∠ＡＦ₂Ｍ＝∠Q′Ｆ₂P′また，∠ＡＭＦ₂＝∠Q′P′Ｆ₂＝ **90**°より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＭＦ₂と△Q′P′Ｆ₂が相似の関係にあることが分かる。

(17)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{P'Q''}{OA}=\frac{f-b}{f}$$

(18)　(14)と(16)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{f-b}{f}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=1-\frac{b}{f}\Leftrightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$$

※写像公式と同じ考え方で球面鏡の式を使うことができる。

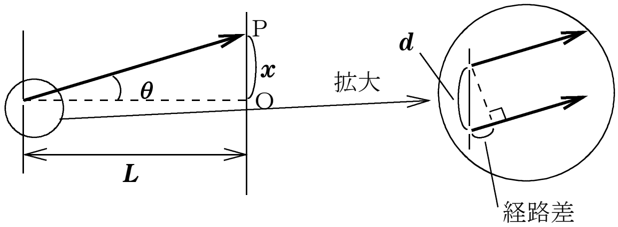
**15**

(1)　経路差はＳ${}_2$Ｐ－Ｓ${}_1$Ｐで与えられ，$L$ が十分に長いものとすると，Ｓ${}_1$とＳ${}_2$から出で点Ｐに向かう光は１点から出た光でほぼ平行とみなせる。このとき，拡大した図の中に示した部分が経路差に相当する。したがって，経路差は拡大した図より，$d\sin\theta$ となる。また，左の図より，

$$\tan\theta=\frac{x}{L}$$

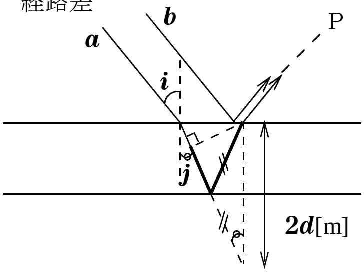
$L$ が十分に長いので，$\theta$ が微小となるので，微小角 $\theta$ に対して成り立つ関係式 $\sin\theta\ =\tan\theta$ を用いると経路差は，

$$|経路差|=d\tan\theta=\frac{dx}{L}$$




(2)　ヤングの実験と同様に考えて，

$$|経路差|=d\sin\theta$$




(3)　油膜中を往復した分が経路差となっていて，経路差は $2d$ である。

(4)　波面を使って考えると，経路差は図の太線部分となっている。経路差は図より，$2d\cos j$ である。

(5)　光が入射している場所の平面ガラスと球面ガラスの隙間を $d$ とすると，経路差は $2d$ である。図中の直角三角形について，三平方の定理を立てると，

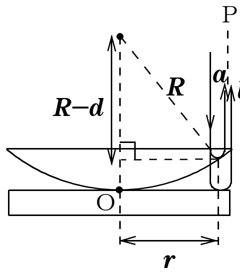
$R^2=r^2+(R-d)^2$

隙間 $d$ は十分小さいので，$d$ の２乗の項を無視すると，

$$R^2=r^2+R^2-2Rd \Leftrightarrow 2d=\frac{r^2}{R}$$

これより，経路差は，

$$|経路差|=\frac{r^2}{R}$$

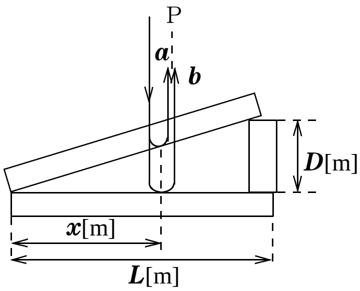



(6)　光が入射している場所の平面ガラスと平面ラスの隙間を $d$ とすると，経路差は $2d$ である。相似比から，

$$d=\frac{Dx}{L}$$

となるので，経路差は，

$$|経路差|=\frac{2Dx}{L}$$



**16**

(1)　1　回折　　2　干渉

(2)　三平方の定理より、

$$S_2P-S_1P=\sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}-\sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}$$

(3)　(2)で求めた式を整理すると,

$$S_2P-S_1P=L\left\{1+\frac{(x+\frac{d}{2})^2}{L^2}\right\}^{\frac{1}{2}}-L\left\{1+\frac{(x-\frac{d}{2})^2}{L^2}\right\}^{\frac{1}{2}}=L\left\{1+\frac{1}{2}\frac{(x+\frac{d}{2})^2}{L^2}\right\}-L\left\{1+\frac{(x-\frac{d}{2})^2}{L^2}\right\}=\frac{dx}{L}$$

(3')　計算すると,

$$S_2P^2-S_1P^2=L^2+(x+\frac{d}{2})^2-\left\{L^2+(x-\frac{d}{2})^2\right\}=2dx$$

となることから,

$$S_2P-S_1P=\frac{S_2P^2-S_1P^2}{S_1P+S_2P}=\frac{2dx}{2L}=\frac{dx}{L}$$

(4)　干渉条件より,

$$|\text{経路差}|=\frac{dx}{L}=\frac{\lambda}{2}\times 2m\Leftrightarrow x=\frac{mL\lambda}{d}$$

(5)　(4)で求めた明線のできる位置を $x_m$ とすると，隣り合う明線の間隔は,

$$x_m-x_{m-1}=\frac{mL\lambda}{d}-\frac{(m-1)L\lambda}{d}=\frac{L\lambda}{d}$$

(6)　(4)の結果より，$m=0$ を満たす明線の位置は $x=0$ となっているので，点Oに明線ができる。また，(5)の結果より，明線の間隔は一定である。これら２つの条件を満たすのは図ウである。

(7)　波長が $\frac{\lambda}{n}$ に変わるので，干渉条件は,

$$|\text{経路差}|=\frac{dx}{L}=\frac{1}{2}\frac{\lambda}{n}\times 2m\Leftrightarrow x=\frac{L\lambda}{2nd}$$

これより，明線のできる位置を $x_m$ とすると，隣り合う明線の間隔は,

$$x_m-x_{m-1}=\frac{mL\lambda}{nd}-\frac{(m-1)L\lambda}{nd}=\frac{L\lambda}{nd}$$

これより，点Oに明線ができ，明線の間隔は $\frac{L\lambda}{nd}$ となり狭くなる。

(8)　複スリットを下方に移動させることで，Sから回折した光の道のりは $S_2$ の方が遠くなる。したがって，スクリーン上で経路差が 0，つまり，明線ができる位置は点Oから下方にずれる。これより，明線位置は下方にずれる。

## 17

(1)　**1**[cm]当たり **5000**[本]のすじが入った回折格子なので，隣り合うすじの間隔，つまり，格子定数は，

$$d=\frac{1\times 10^{-2}}{5000}=2\times 10^{-6}\,[\mathrm{m}]$$

(2)　**15** の問題と同様にして，

$$|経路差|=d\sin\theta=\frac{\lambda}{2}\times 2m$$

(3)　整数を $m$ として，干渉条件より，

$$2\times 10^{-6}\times \sin\theta=m\times 6.0\times 10^{-7}\Leftrightarrow \sin\theta=m\times 0.30$$

$\sin\theta$ の取り得る値の範囲（$0\leqq \sin\theta\leqq 1$）を満たす整数 $m$ は，

$m=0$，1，2，3

対称位置（$m=1$，2，3）も考えると，輝点は 7 個観測される。

(4)　白色光は赤色から紫色までの色々な色の光を含んでいる。青色，黄色，赤色の順で波長が長くなるので，干渉条件より，輝点は青色，黄色，赤色の順で点Ｏから遠くなる。

□■物理的思考■□
　点Ｏは経路差が 0 となる点なので，どの色の光も $m=0$ 次の輝点ができている。この場所では全ての色の光が強め合っているので，白色に見える。

## 18

(1)　屈折の法則から，

$$\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{1}{n}\Leftrightarrow \lambda'=\frac{\lambda}{n}$$

(2)　経路差は $2d$ となり，波長が $\frac{\lambda}{n}$ となることから，干渉条件は，

$$2d=\frac{\frac{\lambda}{n}}{2}\times 2m=\frac{m\lambda}{n}$$

※ここでは，弱め合う条件式にも関わらず，経路差が強め合いの条件となっている。干渉条件が逆転しているのは光の反射が原因となっている。反射には自由端反射と固定端反射があり，自由端反射は入射波がそのまま反射するが，固定端反射の場合は入射波の変位が正負反対になる。このため，本来強め合っている条件でも，固定端反射した光が途中で変位の正負が逆転しているので，弱め合うことになる。したがって，固定端反射を 1 回する毎に干渉条件は逆転する。

【ポイント】
屈折率が大きい物質→固そうなイメージ
屈折率が小さい物質→柔らかそうなイメージ
と考えると，
屈折率$\boxed{大}$から屈折率$\boxed{小}$への反射は柔らかいものにぶつかる→自由端反射
屈折率$\boxed{小}$から屈折率$\boxed{大}$への反射は固いものにぶつかる→固定端反射
と覚えやすい。

（別解）光路長の差（光路差）を用いて解くこともできる。光路長は，経路に屈折率をかけることで表されるので，

$$|光路差|=2nd=\frac{\lambda}{2}\times 2m$$

(3)　強め合う条件は，

$$2d=\frac{\frac{\lambda}{n}}{2}\times(2m+1)=(m+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{n}$$

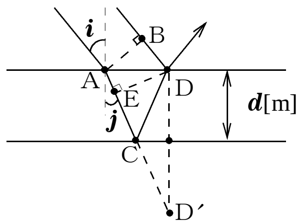
したがって，最小の膜の厚さは $m$ が $0$ の時なので，

$$\frac{\lambda}{4n}$$

## 19

(1)　光 $a$ と $b$ は点Ａと点Ｂに到達するまでと，点Ｄで反射してから観測者に届くまでが同じ道のりを進んでいるので，この区間では差が生まれていない。したがって，光 $a$ が点Ａ→点Ｃ→点Ｄ，光 $b$ が点Ｂ→点Ｄに進むまでの間で光路長に差を生じている。この区間での光路長は光 $a$ が$n$(ＡＣ＋ＣＤ)，光 $b$ が $1\times$ ＢＤとなっているので，光路長の差（光路差）は，$n$(ＡＣ＋ＣＤ)−ＢＤとなっている（④）。
※波面ＤＥを考えると，光 $a$ と $b$ はここまで同じ経路を辿っている。点Ｄで反射されてから観測者に届くまでも同じ道のりになっているので，経路差はＥＣ＋ＣＤとなり，光路差は$n$(ＥＣ＋ＣＤ)となる。

(2)　図のように，直線ＡＣと点Ｄから水と油の境界面に対して下ろした垂線との交点を点Ｄ´とする。このとき，△ＣＤＤ´は二等辺三角形になっているので，
ＥＣ＋ＣＤ＝ＥＤ´$=2d\cos j$
屈折率が $n$ なので，光路差は，
$2nd\cos j$




(3)　屈折の法則から，

$$\frac{\sin j}{\sin i}=\frac{1}{n}\Leftrightarrow\sin j=\frac{\sin i}{n}$$

$$\cos j=\sqrt{1-\sin^2 j}=\frac{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}{n}$$

これと，(2)の結果より，光路差は，

$$2nd\cos j=2d\sqrt{n^2-\sin^2 i}$$

(4)　屈折率の小さい媒質から屈折率が大きい媒質に反射すると位相が逆転するので，点Ｂでの反射で位相が逆転する。

(5)　(4)の結果より，干渉条件が逆転するので，整数を $m$ とすると，

$$|光路差|=2d\sqrt{n^2-\sin^2 i}=\frac{\lambda}{2}\times(2m+1)$$

## 20

(1)　**15** の問題と同様にして，

$$|光路差|=\frac{r^2}{R}$$

(2)　点Ａでの反射は屈折率の大きいガラスから屈折率の小さい空気への反射なので自由端反射，点Ｂでの反射は屈折率の小さい空気から屈折率の大きいガラスへの反射となるので固定端反射となっている。したがって，干渉条件は逆転する。以上より，点Ｏでの反射光が強め合う条件は，整数を $m$ として，

$$\frac{r^2}{R}=\frac{\lambda}{2}\times(2m+1)$$

(3)　(2)より，$m$ 次の明線の半径を $r_m$ とすると，

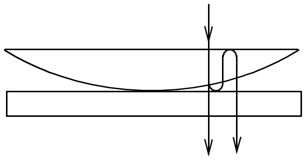
$r_m{}^2=(m+\frac{1}{2})\lambda$

したがって,

$r_{m+1}{}^2-r_m{}^2=R\lambda\left\{(m+1+\frac{1}{2})+1-(m+\frac{1}{2})\right\}=R\lambda$

(4)　中心Oは光路差が **0** となる点である。光路差が **0** の場所は半波長の偶数倍なので，弱め合いの点となることから、暗く見える。

(5)　下から観測した場合は，図のように２回反射する光とそのまま透過してくる光とで干渉する。反射光はどちらの反射点も固定端反射なので，干渉条件は逆転し，逆転する。つまり，干渉条件は元に戻る。以上より，光路差が **0** となる中心Oでは，下から観測すると明るく見える。



## 21

(1)　経路差が **0** となっているので強め合っている。

(2)　長くなった $l$ の部分を往復するので，光路差は $2a$ となる。

(3)　干渉条件より，整数を $m$ として,

$2a=\frac{\lambda}{2}\times 2m$

経路差 **0** で強め合い，その次に強め合う位置なので，$m=1$ となることから,

$\lambda=2a$

(4)　屈折の法則より，絶対屈折率 $n$ の媒質中での光の波長 $\lambda'$は,

$\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{1}{n}\Leftrightarrow\lambda'=\frac{\lambda}{n}$

これより，長さ $l$ に含まれる波の個数は,

$\frac{l}{\frac{\lambda}{n}}=\frac{nl}{\lambda}$

(5)　ＡとＢで反射される２つの光の経路差は等しいが，光路差は空気圧縮装置の長さ $l$ の部分で違いが出ていることに注意すると，

$$|\text{光路差}|=2nl-2l=(n-1)l$$

したがって，光が暗くなる条件は，

$$2(n-1)l=\frac{\lambda}{2}\times(2m+1)$$

□■物理的思考■□

この問題は光路差を用いずに考えることもできる。波の干渉条件、つまり，波が強め合ったり弱め合ったりするのは，２つの波が何個ずれるかを考えれば分かる。２つの波が整数個ずれた場合は例えば波の山と山が一致することになるので強め合っている。逆に，２つの波が $0.5$ の奇数倍の数だけずれた場合は例えば波の山と谷が一致するので弱め合っている。したがって，波の個数差から干渉条件を考えることもできる。以下に式をまとめる。

$$|\text{光路差}|=\begin{cases}\dfrac{\lambda}{2}\times 2m & (\text{強め合い})\\[2mm] \dfrac{\lambda}{2}(2m+1) & (\text{弱め合い})\end{cases}$$

この式を波長 $l$ で割ると，左辺は波数差となるので，

$$|\text{波数差}|=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\times 2m & (\text{強め合い})\\[2mm] \dfrac{1}{2}(2m+1) & (\text{弱め合い})\end{cases}$$

この式に $2\pi$ を掛けると，左辺は位相差となるので，

$$|\text{位相差}|=\begin{cases}\pi\times 2m & (\text{強め合い})\\ \pi\times(2m+1) & (\text{弱め合い})\end{cases}$$

(6)　題意より，圧力を大きくしていくと屈折率が大きくなるが，屈折率が大きくなることで光路差が増える。屈折率が $n_1$ での暗くなる光を $m$ 次とすると，屈折率 $n_2$ で暗くなる光は $m+1$ 次となる。したがって，

$$2(n_1-1)l=\frac{\lambda}{2}\times(2m+1),\quad 2(n_2-1)l=\frac{\lambda}{2}\times\{2(m+1)+1\}$$

これを解くと，

$$\lambda=2(n_2-n_1)l$$

## 22

(1)　求める長さを $x$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{2.25}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=18[\text{cm}]$$

(2)　実像ＢＢ'が物体となり，接眼レンズに対して虚像ＣＣ′を作ると考えると，接眼レンズから実像ＢＢ′までの距離を $y$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{(-27)}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow y=2.7[\text{cm}]$$

(3)　(1)の結果と，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$\left|\frac{18}{2.25}\right|=8.0[\text{倍}]$$

(4)　(2) の結果と，倍率の式（$m=\left|\dfrac{b}{a}\right|$）より，

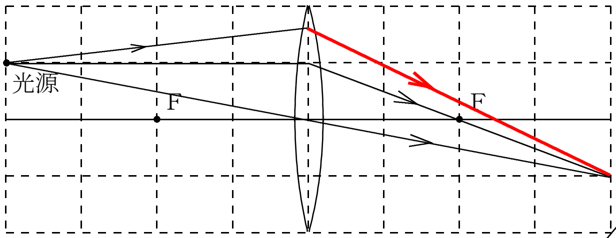
$\left|\dfrac{27}{2.7}\right|=10$[倍]

(5)　(3) と (4) より，80 倍と求まる。

(6)　図より，倒立虚像なので，上下左右が逆の虚像が見える。

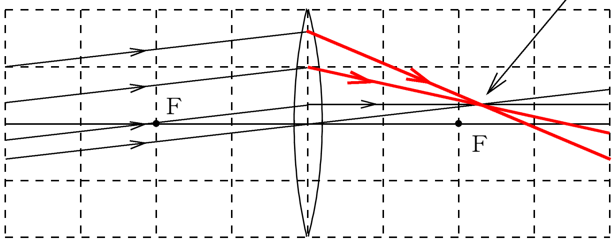
# 23

(1)




光軸に平行な光とレンズの中心を通る光がこの点に集まっていることから，その他の光もこの点に集まることが分かる。

(2)




□■物理的思考■□
　凸レンズを通る光の性質から物体を作図することができる。このとき，①光軸に平行な光，②レンズの中心を通る光，③凸レンズの手前の焦点の光の３つから作図して考える。鮮明な像ができるということは，物体から出る①〜③以外の光も像ができる位置に集まっているので，①〜③以外の光がどのような道のりを通るかが分かる。

# 24

(1)　像とレンズの距離を $x$ として，写像公式（$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$）より，

$\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{10}\Leftrightarrow x=15$[cm]

また，倍率の式（$m=\left|\dfrac{b}{a}\right|$）より，

$\left|\dfrac{15}{30}\right|=0.50$[倍]

$L_1$ の右方 15[cm] の場所に，倍率 0.50[倍] の倒立実像ができる。

(2)　(1) で求めた実像が物体となり，凹レンズに対して虚像を作ると考えると，凹レンズから虚像までの距離を $\boldsymbol{y}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{15}+\frac{1}{y}=-\frac{1}{10} \Leftrightarrow y=-6.0$$

L ₂から左方の 6.0[cm] の位置に虚像ができる。
※（□■物理的思考■□）を参考のこと。
また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$\left|\frac{-6}{15}\right|=0.40[\text{倍}]$$

(1) で求めた倍率も合わせると，倍率 0.20 倍の虚像が見える。

# 25

(1)　像とレンズの距離を $\boldsymbol{x}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{15}+\frac{1}{x}=\frac{1}{10} \Leftrightarrow x=30[\text{cm}]$$

また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$\left|\frac{30}{15}\right|=2.0[\text{倍}]$$

L ₁の右方 30[cm] の場所に，倍率 2.0[倍] の倒立実像ができる。

(2)　(1) で求めた実像Aは凹レンズの右方にできている。この実像Aを凹レンズに対してできる虚像，凹レンズに対してできる虚像Bを実像として考え，凹レンズから虚像Bまでの距離を $\boldsymbol{y}$ として，写像公式（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$）より，

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{(-10)}=-\frac{1}{15} \Leftrightarrow y=30$$

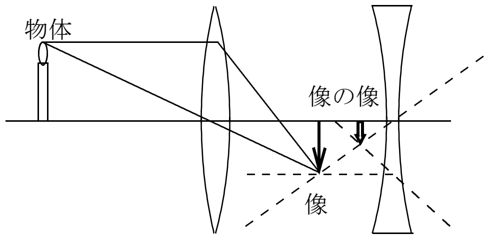
L ₂から右方の 30[cm] の位置に虚像ができる。
※（□■物理的思考■□）を参考のこと。
また，倍率の式（$m=\left|\frac{b}{a}\right|$）より，

$$\left|\frac{30}{-10}\right|=3.0[\text{倍}]$$

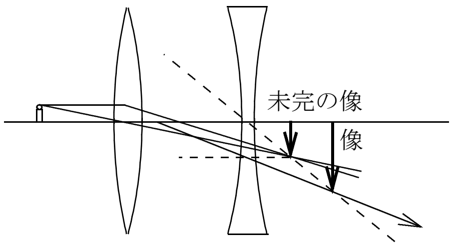
(1) で求めた倍率も合わせると，倍率 6.0 倍の虚像が見える。

□■物理的思考■□

**24**　物体から出た光は凸レンズを通った後に結像する。このとき，像の頂点には，色々な方向からの光が集まっている。この色々な方向の光のうち，下の図では，光軸に平行な光と，凹レンズの中心へと向かう光を点線で描いた。これら２つの光が凹レンズを通ったときの光の進み方は分かっているので，下図のように虚像（像の像）ができている。このとき，像を物体，像の像を像と考えれば，凹レンズの問題と変わりはないので，解答のような方法が可能となる。




**25**　凸レンズを通った光が結像する位置が下図のように凹レンズの奥にある時は，結像できない。ここで凹レンズがないときにできる像を未完の像と呼ぶ。この位置に光が集まることから，凹レンズの中心を通る光と光軸に平行な光を描き加えた。この光のうち，凹レンズの中心を通る光はそのまま直進するが，光軸に平行な光は手前側の焦点から出た光と同じ道のりを辿るので，下図に実線の矢印として描き加えた。これより，像の位置が分かる。下図より，像を物体，未完の像を像とした，凹レンズの問題と変わりはないので，解答のような方法が可能となる。



## 26

(1)　光軸に平行な光が凸レンズを通ると前方の焦点F ₂'へと進む。

(2)　対頂角の関係から，∠ＰＯＱ＝∠Ｐ´ＯＱ´，また，∠ＱＰＯ＝∠Ｑ´Ｐ´Ｏ＝ 90°より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＯと△Ｐ´Ｑ´Ｏが相似の関係にあることが分かる。

(3)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

(4)　対頂角の関係から，∠ＡＦ₁Ｏ＝∠ＱＦ₁Ｐ，また，∠ＡＯＦ₁＝∠Ｑ´Ｐ´Ｆ₁＝ 90°より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＦ₁と△Ｆ₁ＯＡが相似の関係にあることが分かる。

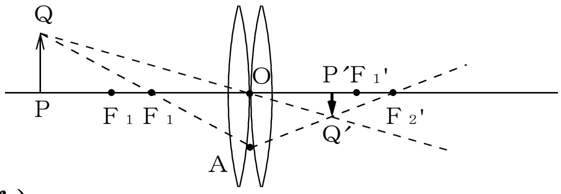
(5)　相似比より，

$$\frac{OA}{PQ}=\frac{f_1}{a-f_1}$$

(6)　共通の角から，∠ＡＦ₂Ｏ＝∠Ｑ´Ｆ₂Ｐ´，また，∠ＡＯＦ₂＝∠Ｑ´Ｐ´Ｆ₂＝ 90°より，三角形の２角が等しいことから，△ＡＯＦ₂と△Ｑ´Ｐ´Ｆ₂´が相似の関係にあることが分かる。

(7)　相似比より，

$$\frac{P'Q}{OA}=\frac{f_2-b}{f_2}$$




(8)　(3)と(5)，そして，(7)の結果から，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}=\frac{f_1}{a-f_1}\times\frac{f_2-b}{f_2}\Leftrightarrow b(a-f_1)f_2=af_1(f_2-b)$$

$$\Leftrightarrow af_1f_2+bf_1f_2=ab(f_1+f_2)$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

## 27

(1)　対頂角の関係から，∠ＰＯＱ＝∠Ｐ´ＯＱ´，また，∠ＱＰＯ＝∠Ｑ´Ｐ´Ｏ＝ 90°より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＯと△Ｐ´Ｑ´Ｏが相似の関係にあることが分かる。

(2)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{R-b}{a-R}$$

(3)　反射の法則から，∠ＰＭＱ＝∠Ｐ´ＭＱ´，また，∠ＱＰＭ＝∠Ｑ´Ｐ´Ｍ＝ 90°より，三角形の２角が等しいことから，△ＰＱＭと△Ｐ´Ｑ´Ｍが相似の関係にあることが分かる。

(4)　相似比より，

$$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{b}{a}$$

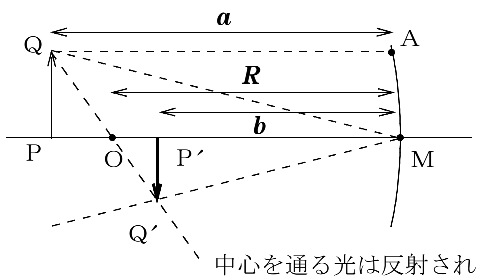
(5)　(2)と(4)で求めた式が等しいことから，

$$\frac{b}{a}=\frac{R-b}{a-R}\Leftrightarrow b(a-R)=a(R-b)\Leftrightarrow bR+aR=2ab\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}$$

※この式をさらに変形すると，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{\frac{R}{2}}$$

となるので，焦点距離は$\frac{R}{2}$と分かる。



## 28

(1)　屈折の法則より，

$$\frac{\sin r}{\sin i}=\frac{1}{n}\cdots①$$

(2)　非常に小さい角（微小角）について成り立つ関係式（$\sin x=\tan x=x$）を用いると，①式は，

$$\frac{r}{i}=\frac{1}{n}\cdots②$$

(3)　△ＡＰＯに注目して，内角２つの和が残った角の外角に等しいことから，

$\alpha+\gamma=i\cdots③$

(4)　△ＡＯＱに注目して，内角２つの和が残った角の外角に等しいことから，

$\beta+r=\gamma\cdots④$

(5~7)　△ＡＰＭに注目すると，

$h=a\tan\alpha=b\tan\beta=R\tan\gamma$

微小角について成り立つ関係式（$\sin x=\tan x=x$）を用いると，

$$\alpha=\frac{h}{a},\ \beta=\frac{h}{b},\ \gamma=\frac{h}{R}\cdots⑤$$

(8)　②～④式より $i$ と $r$ を消去すると，

$\alpha+\gamma=n(\gamma-\beta)$

これに⑤式を代入すると，

$$\frac{h}{a}+(1-n)\frac{h}{R}=-\frac{nh}{b}\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{n}{b}=\frac{(n-1)}{R}\cdots⑥$$

(A)　像の位置が物体と同じ側で⑥式と比べて反対になっている。したがって，$b\to-a'$と考えると，

$$\frac{1}{a}-\frac{n}{a'}=\frac{n-1}{R}\cdots⑦$$

(B)　⑥式と比べて，媒質の向きが反対になっていることに注意して，$b\to a'$，$a\to b$と考える。また，

$$\frac{n}{a'}+\frac{1}{b}=\frac{n-1}{R}\cdots⑧$$

(C)　⑦式と⑧式を辺々足すことから，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2(n-1)}{R}=\frac{1}{\frac{R}{2(n-1)}}$$

よって，焦点距離は$\dfrac{R}{2(n-1)}$と求まる。