物理のこれだけはできないと「やばい」問題集

No.3
等加速度直線運動編
ブツリヨキワメヨ

1

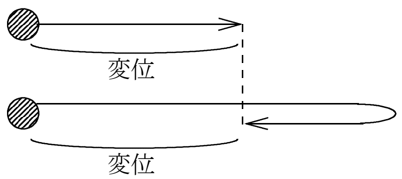
(1)　単位時間での変位（移動距離）を速度という。Δt[s]間に Δx[m]の変位があったとすると，$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ となる。

分母と分子のそれぞれの物理量の単位から考えて速度の単位は[m/s]となる。速度は v や V 等を用いて表すことが多い。

(2)　単位時間での速度変化を加速度という。Δt[s]間に Δv[m]の速度変化があったとすると，$\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ となる。

分母と分子のそれぞれの物理量の単位から考えて加速度の単位は[m/s^2]となる。加速度は a 等を用いて表すことが多い。

(3)　位置変化のことを変位といい，本問題集では S を用いて表すことにしている。単位は距離　なので[m]となる。この変位は位置の変化なので，途中過程を考慮しないものである。したがって，下図のような場合でも同じ変位となることに注意したい。変位は S や Δx 等を用いて表すことが多い。



2

①　単位時間当たりに変化する速度が加速度なので，1[s]で増加する速度は a となる。

②　①より，t[s]では at[m/s]速くなるので，v_0+at となる。

③　v_0 と v の平均なので，$\dfrac{v_0+v}{2}$ となる。

④　速さと時間の積から，$\bar{v}t$ と求まる。

⑤　②～④の答えから，$v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$ と求まる。

⑥　②の答えを式変形して，

$$t=\frac{v-v_0}{a}\cdots⑦$$

これを⑤式に代入すると t は消去できるが，煩雑さを考えて別ルートでの解答を目指す。③式と④式から出てくる，

$$S=\frac{v_0+v}{2}t$$

この式に⑦式を代入すると，

$$S=\frac{v_0+v}{2}\,\frac{v-v_0}{a}=\frac{v^2-{v_0}^2}{2a}\Leftrightarrow v^2-{v_0}^2=2aS$$

と求まる。

3

(1)　傾きは$\dfrac{縦軸の変化量}{横軸の変化量}$で定義され，このグラフの場合は$\dfrac{速度の変化量}{時間の変化量}$となるので，傾きは加速度を表している。

(2)　$\dfrac{v-v_0}{t}$

(3)　(2) で求めた値が加速度 a となるので，

$$\frac{v-v_0}{t}=a \Leftrightarrow v=v_0+at$$

(4)　縦軸（速度）と横軸（時間）の積なので変位を表している。
※この図の場合は速度が正の値しかとっていないので，面積が移動距離に等しくなるが，負の値になる場合は，横軸より上の部分を正，下の部分を負と考える。その場合は，正に移動した距離と負に移動した（戻った）距離の和となり，変位を表している。

(5)　台形の面積の公式から，

$$S=\frac{v_0+v}{2}t=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

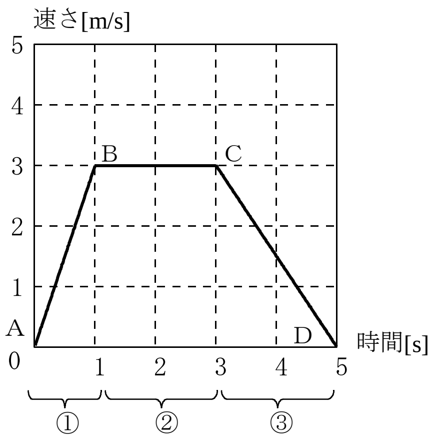
(6)　**2** ⑥と同様に考えて，

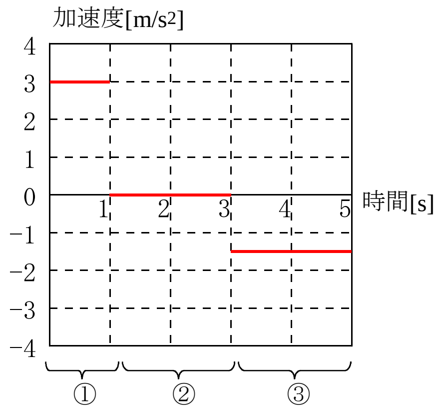
$$S=\frac{v_0+v}{2}\,\frac{v-v_0}{a}=\frac{v^2-v_0{}^2}{2a} \Leftrightarrow v^2-v_0{}^2=2aS$$

【ポイント】
（v–t）グラフにおいて，
　（傾き）＝（加速度 a）
　（面積）＝（変位 S）

4

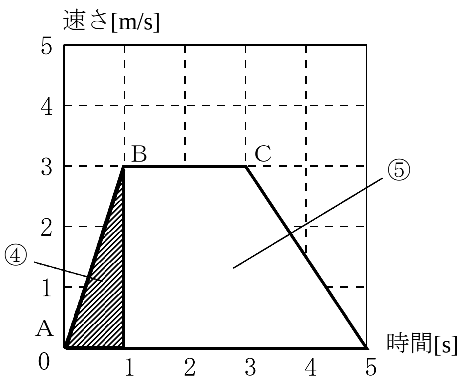
(1)　（v–t）グラフにおいて，傾きが加速度を表すことから，下図のようになる。
※区間①～③に分けて考えたが，この区間内では傾きが一定になっていることに注意したい。傾きが一定ということは，加速度が一定ということに他ならない。したがって，各区間内では，加速度が一定，つまり，解答では時間軸に平行となる。





(2)　（v–t）グラフにおいて，面積が変位を表すことから，
右図④の面積を求めればよいので，**1.5**[m]

(3)　（v–t）グラフにおいて，面積が変位を表すことから，
右図⑤の面積を求めればよいので，**10.5**[m]→ **11**[m]



5

(1)　（$v=v_0+at$）より，

$10+5.0\times 2.0=$ **2.0× 10** [m/s]

(2)　（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，

$10\times 2.0+\frac{1}{2}\times 5.0\times 2.0^2=$ **3.0× 10** [m]

(3)　求める時刻を t として，（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，

$12.5=10\times t+\frac{1}{2}\times 5.0\times t^2$

$\Leftrightarrow t^2+4t-5=0$

$\Leftrightarrow (t+5)(t-1)=0$

$\Leftrightarrow t=1,\ -5$

してがって，答えは **1.0**[s]となる。また，（$v=v_0+at$）より，

$10+5.0\times 1.0=$ **1.5× 10** [m/s]

6

(1)　（$v=v_0+at$）より，初速度の方向を正として，

$10+(-5.0)\times 3.0=-5.0$ [m/s]

したがって，初速度と反対向きに **5.0**[m/s]

(2)　（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，初速度の方向を正として，

$10\times 3.0+\frac{1}{2}\times(-5.0)\times 3.0^2=7.5$ [m]

したがって，初速度と同じ向きに **7.5**[m]

(3)　求める時刻を t として，（$S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$）より，初速度の方向を正として，

$-12.5=10\times t+\frac{1}{2}\times(-5.0)\times t^2$

$\Leftrightarrow t^2-4t-5=0$

$\Leftrightarrow (t-5)(t+1)=0$

$\Leftrightarrow t=-1,\ 5$

してがって，答えは **5.0**[s]となる。また，（$v=v_0+at$）より，

$10+(-5.0)\times 5.0=-1.5\times 10$ [m/s]

したがって，初速度と反対向きに **1.5× 10** [m/s]

□■物理的思考■□

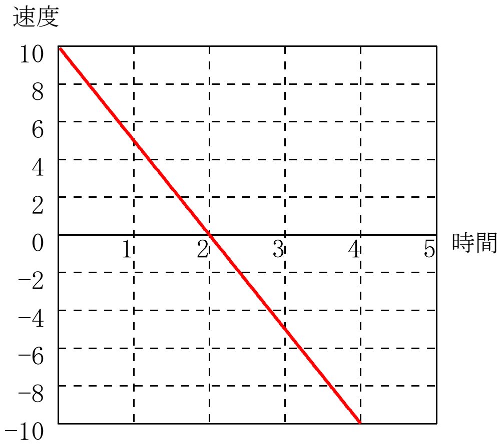
5 と **6** の違いについて考えてみよう。物理を解く上で大事なことは「正の方向を決める」ことである。**5** では，全ての物理量が同じ方向なのに対して，**6** ではばらばらになっている。こういう問題では「正の方向を決めて」，物理量を正で扱うか負で扱うかをはっきりとさせないといけない。 ベクトル量である物理量，簡単に言うと，速度などの向きを持つ物理量は正なのか負なのかを常に意識しながら式に代入しないといけない。この問題では，変位も同様にベクトル量なので，正負を意識しないといけないことに注意したい。

7

(1)　($v=v_0+at$) より，初速度の方向を正として，

$10+(-5t)=10-5t$ …①

これをグラフに表すと，右図のようになる。



別解

加速度がグラフの傾きを表すことから考えても解答できる。

(2)　①式より，$10-5t$ [m/s]

(3)　($S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$) より，初速度の方向を正として，

$10t+\frac{1}{2}(-5)t^2=10t-\frac{5}{2}t^2$ [m]

(4)　物体が折り返すときは，速度の向きが変わるときなので速さ **0** となる。したがって，(2)の答えより，

$10-5t=0 \Leftrightarrow t=2$ [s]

別解

グラフより，速さ **0** となるのは **2** [s]となる。

(5)　元の位置に戻ってきているので，変位が **0** となる。したがって，(3)の答えより，

$10t-\frac{5}{2}t^2=0 \Leftrightarrow \frac{5}{2}t(t-4)=0 \Leftrightarrow t=0,\ 4$ [s]

したがって，答えは **4** [s]となる。また，($v=v_0+at$) より，

$10+(-5)\times 4=-10$

したがって，初速度と反対向きに **10** [m/s]となる。

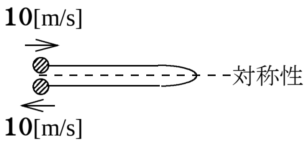
別解

(1)のグラフの面積は変位を表しているので，グラフの縦軸の正の部分で作る三角形が初速度方向に進んだ距離（**10**[m]），グラフの縦軸の負の部分で作る三角形が初速度方向と反対に進んだ距離を表している。これらが等しくなったときに変位が **0** となるので，答えは **4** [s]と分かる。

(6)　(5)の別解より，道のり（実際に進んだ距離）は $10+10=20$ [m]となる。

□■物理的思考■□

物体の運動を詳しく見てみよう。物体は初速度方向に運動するが，加速度が反対向きであるため，だんだん遅くなる。速さが $\mathbf{0}$ になったあとは，加速度の向きにどんどん速くなっていく。図を見ると，物体が速さが $\mathbf{0}$ となる折り返し地点を軸として，対称的な運動をしている。これを利用すると，初速度を与えてから折り返し地点に戻るまでは，運動の対称性から $\mathbf{2\times 2=4}$ [s]，その時の速度は，初速度と反対向きに $\mathbf{10}$ [m/s] と分かる。



8

(1)　出会う時刻を t [s] とすると，物体Aと物体Bの位置は，($S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$) より，x 軸方向を正として，

物体A：$(0)\times t+\frac{1}{2}\times 3\times t^2=\frac{3}{2}t^2$…①

物体B：$(0)\times t+\frac{1}{2}\times(-1)\times t^2=-\frac{1}{2}t^2$

ただし，物体Bの初期位置は $x=4$ なので，

物体B：$4-\frac{1}{2}t^2$…②

出会うということは，お互いの位置が等しいということなので，①式と②式が等しいことから，

$\frac{3}{2}t^2=4-\frac{1}{2}t^2 \Leftrightarrow t=\pm\sqrt{2}$

したがって，$\mathbf{1.4}$ [s] となる。

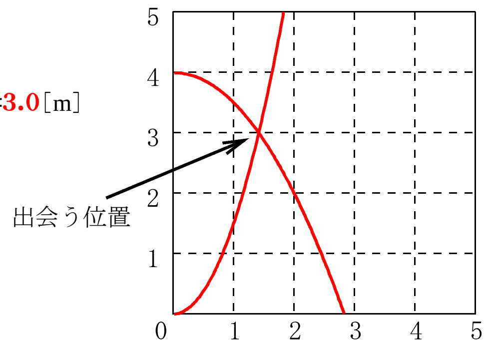
(2)　(1)で求めた時刻を①式，または，②式に代入して，$x=\mathbf{3.0}$ [m] と求まる。

(3)　($v=v_0+at$) より，

物体A：$(0)+3\times\sqrt{2}\to\mathbf{4.2}$ [m/s]

物体B：$|(0)+(-1)\times\sqrt{2}|\to\mathbf{1.4}$ [m/s]

(4)　①式と②式をグラフに表すと，右図のようになる。



9

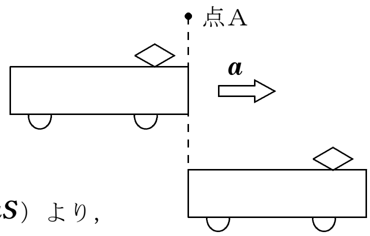
(1)　($v=v_0+at$) より，

$v+a(3T-T)=v+2aT$ [m/s]

※公式の証明でもしたが，公式の時刻 t は初速度の設定時刻を $\mathbf{0}$ としていることに注意したい。この問題では初速度の設定時間が T となっているので，この時刻からの経過時間で考えて公式に代入しないといけない。

(2)　右図より，電車の全長は T [s] から $3T$ [s] での電車の変位に等しいので，($S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$) より，

$v(3T-T)+\frac{1}{2}a(3T-T)^2=2T(v+aT)$ [m]

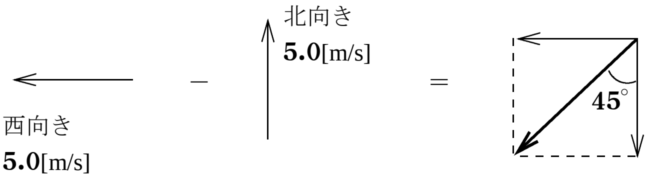


(3)　変位が(2)の半分となるので，求める速さを V として，($v^2-v_0^2=2aS$) より，

$V^2-v^2=2a\{T(v+aT)\}\Leftrightarrow V=\sqrt{v^2+2aT(v+aT)}$ [m/s]

10

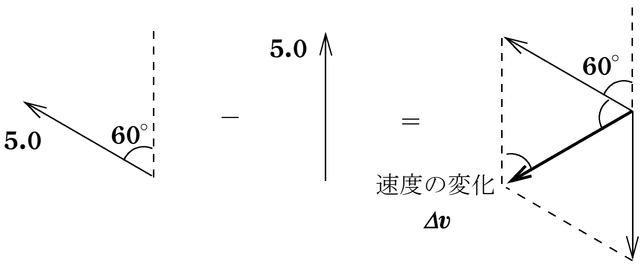
(1)　速さに変化が無くても速度が変化することがある。それは速度がベクトル量で向きをあわせ持つからである。下図のように，速度の向きが変わることで，速度変化がベクトル量として与えられ，これには大きさ（変化量）がある。これを単位時間当たりにしたものが加速度の大きさとなる。



辺の比から考えて，$\Delta v = 5.0\sqrt{2}$ [m/s] となるので，加速度は，

$\dfrac{5.0\sqrt{2}}{2.0} \rightarrow$ **3.5** [m/s²]（南西方向）

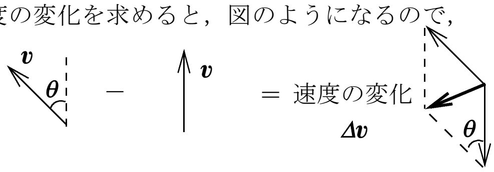
(2)　速度の変化を求めると，図のようになるので，



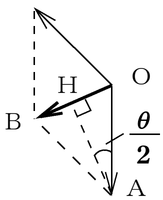
辺の比より，$\Delta v = 5.0$ [m/s] となるので，加速度は，

$\dfrac{5.0}{2.0} =$ **2.5** [m/s²]（南から 60° の向き）

(3)　速度の変化を求めると，図のようになるので，



図の速度の変化の矢印（太矢印）の長さを求めれば答えとなるが，今までみたいに辺の比や三平方の定理では計算できない。そこで，下図のように，補助線を引いて考えてみよう。



△ＯＡＢは二等辺三角形なので，頂点Ａから辺ＯＢに下ろした垂線の足Ｈは辺ＯＢを二等分している。
△ＯＡＨより，

$\overline{\mathrm{OH}} = \overline{\mathrm{OA}} \sin\dfrac{\theta}{2}$

$\overline{\mathrm{OB}} = 2\overline{\mathrm{OH}} = 2v\sin\dfrac{\theta}{2}$

したがって，$\Delta v=2v\sin\frac{\theta}{2}$ [m/s]となるので，加速度は，

$\dfrac{2v\sin\frac{\theta}{2}}{t}$ [m/s²]（向きは図のＯＢ方向）

【ポイント】

数学の知識が必要になるが，余弦定理（$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$）を用いて解くことも可能である。

$\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2-2\overline{OA}\,\overline{OB}$

$\Leftrightarrow \Delta v=\sqrt{2v^2-2v^2\cos\theta}=v\sqrt{2-2\cos\theta}$

この式は，数学公式（$\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1-\cos\theta}{2}$）を用いると，上記の解答と同じ答えになる。